

**Автономная некоммерческая организация  
профессионального образования  
«Пятигорский техникум экономики и инновационных технологий»  
(АНО ПО «ПТЭИТ»)**

УТВЕРЖДАЮ:  
Директор АНО ПО «ПТЭИТ»  
  
Ш.М.Исаев  
«30» мая 2025 г.



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ПО ДИСЦИПЛИНЕ  
ЕН.01 ЭЛЕМЕНТЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ**

для студентов специальности  
**09.02.07 Информационные системы и программирование**  
*Квалификация: Специалист по информационным системам*

г. Пятигорск, 2025г.

Рабочая программа учебной дисциплины разработана на основе Федерального государственного образовательного стандарта (ФГОС) по специальности среднего профессионального образования (СПО) 09.02.07 Информационные системы и программирование (Приказ Минобрнауки России от 09.12.2016 № 1547)

**Организация-разработчик:** Автономная некоммерческая организация профессионального образования «Пятигорский техникум экономики и инновационных технологий»

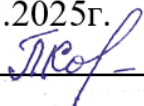
**Разработчик:** Кононюк Т.Д., преподаватель АНО ПО «ПТЭИТ»

РАССМОТРЕНА

отделением информационно-технических дисциплин

Протокол №9 от 27.05.2025г.

Зав.отделением \_\_\_\_\_ Кононюк Т.Д.



СОГЛАСОВАНА

на заседании УМС

Протокол № 5 от 30.05.2025

\_\_\_\_\_ Кодякова О.А.



### Рецензенты

Шныров И.В. - преподаватель технических дисциплин АНО ПО «ПТЭИТ»

Баранская М.Ф. – преподаватель информационных дисциплин АЧОУ ВО «Институт Управления, Бизнеса и Права», г. Пятигорск

## **СОДЕРЖАНИЕ**

- 1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ  
УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**
- 2. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**
- 3. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**
  
- 4. КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ  
УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

# 1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ «ЕН.01. ЭЛЕМЕНТЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ»

## 1.1. Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы

Учебная дисциплина «Элементы высшей математики» принадлежит к математическому и общему естественнонаучному циклу (ЕН.00).

## 1.2. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины:

Код ПК, ОК	Умения	Знания
ОК 1, ОК 5,	Выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений Решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости Применять методы дифференциального и интегрального исчисления Решать дифференциальные уравнения Пользоваться понятиями теории комплексных чисел	Основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии Основы дифференциального и интегрального исчисления Основы теории комплексных чисел

**В результате освоения рабочей программы обучающийся должен достичь следующих личностных результатов:**

ЛР 1 Осознающий себя гражданином и защитником великой страны.

ЛР 2 Проявляющий активную гражданскую позицию, демонстрирующий приверженность принципам честности, порядочности, открытости, экономически активный и участвующий в студенческом и территориальном самоуправлении, в том числе на условиях добровольчества, продуктивно взаимодействующий и участвующий в деятельности общественных организаций.

ЛР 3 Соблюдающий нормы правопорядка, следующий идеалам гражданского общества, обеспечения безопасности, прав и свобод граждан России. Лояльный к установкам и проявлениям представителей субкультур, отличающий их от групп с деструктивным и девиантным поведением. Демонстрирующий неприятие и предупреждающий социально опасное поведение окружающих.

ЛР 4 Проявляющий и демонстрирующий уважение к людям труда, осознающий ценность собственного труда. Стремящийся к формированию в сетевой среде лично и профессионального конструктивного «цифрового следа».

ЛР 5 Демонстрирующий приверженность к родной культуре, исторической памяти на основе любви к Родине, родному народу, малой родине, принятию традиционных ценностей многонационального народа России.

ЛР 6 Проявляющий уважение к людям старшего поколения и готовность к участию в социальной поддержке и волонтерских движениях.

ЛР 7 Осознающий приоритетную ценность личности человека; уважающий собственную и чужую уникальность в различных ситуациях, во всех формах и видах деятельности.

ЛР 8 Проявляющий и демонстрирующий уважение к представителям различных этнокультурных, социальных, конфессиональных и иных групп. Сопричастный к сохранению, преумножению и трансляции культурных традиций и ценностей многонационального российского государства.

ЛР 9 Соблюдающий и пропагандирующий правила здорового и безопасного образа жизни, спорта; предупреждающий либо преодолевающий зависимости от алкоголя, табака, психоактивных веществ, азартных игр и т.д. Сохраняющий психологическую устойчивость в ситуативно сложных или стремительно меняющихся ситуациях.

ЛР 10 Заботящийся о защите окружающей среды, собственной и чужой безопасности, в том числе цифровой.

ЛР 11 Проявляющий уважение к эстетическим ценностям, обладающий основами эстетической культуры.

ЛР 12 Принимающий семейные ценности, готовый к созданию семьи и воспитанию детей; демонстрирующий неприятие насилия в семье, ухода от родительской ответственности, отказа от отношений со своими детьми и их финансового содержания.

ЛР 13 Демонстрирующий умение эффективно взаимодействовать в команде, вести диалог, в том числе с использованием средств коммуникации

ЛР 14 Демонстрирующий навыки анализа и интерпретации информации из различных источников с учетом нормативно-правовых норм

ЛР 15 Демонстрирующий готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности.

## 2. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

### 2.1. Объем учебной дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Объем в часах
<b>Объем образовательной программы</b>	<b>96</b>
в том числе:	
теоретическое обучение	48
практические занятия	32
<i>Консультации</i>	4
<b>Промежуточная аттестация в форме экзамена</b>	<b>12</b>

## 2.2. Тематический план и содержание учебной дисциплины «ЕН.01. ЭЛЕМЕНТЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ»

Наименование разделов и тем	Содержание учебного материала и формы организации деятельности обучающихся	Объем в часах	Коды компетенций, формированию которых способствует элемент программы
Тема 1. Основы теории комплексных чисел	<b>Содержание учебного материала</b>	2	ОК 1, ОК 5,
	1. Определение комплексного числа. Формы записи комплексных чисел. Геометрическое изображение комплексных чисел.		
Тема 2. Теория пределов	<b>Содержание учебного материала</b>	4	ОК 1, ОК 5,
	1. Числовые последовательности. Предел функции. Свойства пределов		
	2. Замечательные пределы, раскрытие неопределенностей		
	3. Односторонние пределы, классификация точек разрыва		
<b>В том числе практических занятий и лабораторных работ</b>			
Тема 3. Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной	<b>Содержание учебного материала</b>	6	ОК 1, ОК 5,
	1. Определение производной		
	2. Производные и дифференциалы высших порядков		
	3. Полное исследование функции. Построение графиков		
<b>В том числе практических занятий и лабораторных работ</b>			
Тема 4. Интегральное исчисление функции одной действительной переменной	<b>Содержание учебного материала</b>	6	ОК 1, ОК 5,
	1. Неопределенный и определенный интеграл и его свойства		
	2. Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования		
	3. Вычисление определенных интегралов. Применение определенных интегралов		
<b>В том числе практических занятий и лабораторных работ</b>			
Тема 5. Дифференциальное исчисление функции нескольких	<b>Содержание учебного материала</b>	8	ОК 1, ОК 5,
	1. Предел и непрерывность функции нескольких переменных		
	2. Частные производные. Дифференцируемость функции нескольких переменных		
	3. Производные высших порядков и дифференциалы высших порядков		
<b>В том числе практических занятий и лабораторных работ</b>			

действительных переменных	Дифференциальное исчисление функции нескольких действительных переменных		
<b>Тема 6.</b> Интегральное исчисление функции нескольких действительных переменных	<b>Содержание учебного материала</b>	8	ОК 1, ОК 5,
	1. Двойные интегралы и их свойства		
	2. Повторные интегралы		
	3. Приложение двойных интегралов		
	<b>В том числе практических занятий и лабораторных работ</b> Интегральное исчисление функции нескольких действительных переменных		
<b>Тема 7.</b> Теория рядов	<b>Содержание учебного материала</b>	8	ОК 1, ОК 5,
	1. Определение числового ряда. Свойства рядов		
	2. Функциональные последовательности и ряды		
	3. Исследование сходимости рядов		
	<b>В том числе практических занятий и лабораторных работ</b> Теория рядов		
<b>Тема 8.</b> Обыкновенные дифференциальные уравнения	<b>Содержание учебного материала</b>	8	ОК 1, ОК 5,
	1. Общее и частное решение дифференциальных уравнений		
	2. Дифференциальные уравнения 2-го порядка		
	3. Решение дифференциальных уравнений 2-го порядка		
	<b>В том числе практических занятий и лабораторных работ</b> Самостоятельная работа обучающихся Обыкновенные дифференциальные уравнения		
<b>Тема 9.</b> Матрицы и определители	<b>Содержание учебного материала</b>	8	ОК 1, ОК 5,
	1. Понятие Матрицы		
	2. Действия над матрицами		
	3. Определитель матрицы		
	4. Обратная матрица. Ранг матрицы		
	<b>В том числе практических занятий и лабораторных работ</b> Матрицы и определители		
<b>Тема 10.</b> Системы линейных уравнений	<b>Содержание учебного материала</b>	8	ОК 1, ОК 5,
	1. Основные понятия системы линейных уравнений		
	2. Правило решения произвольной системы линейных уравнений		
	3. Решение системы линейных уравнений методом Гаусса		
	<b>В том числе практических занятий и лабораторных работ</b>		

	Системы линейных уравнений		
<b>Тема 11.</b> Векторы и действия с ними	<b>Содержание учебного материала</b>	<b>6</b>	ОК 1, ОК 5,
	<b>1.</b> Определение вектора. Операции над векторами, их свойства		
	<b>2.</b> Вычисление скалярного, смешанного, векторного произведения векторов		
	<b>3.</b> Приложения скалярного, смешанного, векторного произведения векторов		
	<b>В том числе практических занятий и лабораторных работ</b> Векторы и действия с ними		
<b>Тема 12.</b> Аналитическая геометрия на плоскости	<b>Содержание учебного материала</b>	<b>8</b>	ОК 1, ОК 5,
	<b>1.</b> Уравнение прямой на плоскости		
	<b>2.</b> Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой		
	<b>3.</b> Линии второго порядка на плоскости		
	<b>4.</b> Уравнение окружности, эллипса, гиперболы и параболы на плоскости		
<b>В том числе практических занятий и лабораторных работ</b> Аналитическая геометрия на плоскости			
<b>Итого во взаимодействии с преподавателем</b>		<b>80</b>	
<b>Консультация</b>		<b>4</b>	
<b>Промежуточная аттестация в форме экзамена</b>		<b>12</b>	
<b>Всего:</b>		<b>96</b>	

### **3. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ ЕН.01. ЭЛЕМЕНТЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ**

3.1. Для реализации программы учебной дисциплины предусмотрены следующие специальные помещения:

Кабинет «Математических дисциплин», оснащенный оборудованием и техническими средствами обучения:

- компьютер с лицензионным программным обеспечением- 1 шт.,
- мультимедиа-проектор- 1 шт.,
- Демонстрационные материалы по дисциплине:
- стенд – 1 шт.,
- плакат – 4 шт.,
- таблица – 2 шт.,
- портреты математиков – 3 шт.

### **3.2. Информационное обеспечение реализации программы**

#### **3.2.1. Печатные издания**

1. Гончаренко, В.М. Элементы высшей математики : учебник / Гончаренко В.М., Липагина Л.В., Рылов А.А. — Москва : КноРус, 2020. — 363 с. — (СПО). — ISBN 978-5-406-01472-1. — URL: <https://book.ru/book/935921> (дата обращения: 06.11.2020). — Текст : электронный.

2. Башмаков, М.И. Математика : учебник / Башмаков М.И. — Москва : КноРус, 2019. — 394 с. — ISBN 978-5-406-06554-9. — URL: <https://book.ru/book/929528> (дата обращения: 24.02.2021). — Текст : электронный.

3. Глухова, О. Ю. Сборник заданий по элементам высшей математики : учебное пособие / О. Ю. Глухова. — Кемерово : КемГУ, 2012. — 150 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/44322> (дата обращения: 24.02.2021). — Текст : электронный.

### 3. КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

#### «ЕН.01. ЭЛЕМЕНТЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ»

Результаты обучения	Критерии оценки	Формы и методы оценки
<p><i>Перечень знаний, осваиваемых в рамках дисциплины:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии</li> <li>• Основы дифференциального и интегрального исчисления</li> <li>• Основы теории комплексных чисел</li> </ul>	<p>«Отлично» - теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, умения сформированы, все предусмотренные программой учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено высоко.</p> <p>«Хорошо» - теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, некоторые умения сформированы недостаточно, все предусмотренные программой учебные задания выполнены, некоторые виды заданий выполнены с ошибками.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Компьютерное тестирование на знание терминологии по теме;</li> <li>• Тестирование</li> <li>• Контрольная работа</li> <li>• Самостоятельная работа.</li> </ul>
<p><i>Перечень умений, осваиваемых в рамках дисциплины:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений</li> <li>• Решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости</li> <li>• Применять методы дифференциального и интегрального исчисления</li> <li>• Решать дифференциальные уравнения</li> <li>• Пользоваться понятиями теории комплексных чисел</li> </ul>	<p>«Удовлетворительно» - теоретическое содержание курса освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, необходимые умения работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий содержат ошибки.</p> <p>«Неудовлетворительно» - теоретическое содержание курса не освоено, необходимые умения не сформированы, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Защита реферата....</li> <li>• Семинар</li> <li>• Защита курсовой работы (проекта)</li> <li>• Выполнение проекта;</li> <li>• Наблюдение за выполнением практического задания. (деятельностью студента)</li> <li>• Оценка выполнения практического задания(работы)</li> <li>• Подготовка и выступление с докладом, сообщением, презентацией</li> <li>• Решение ситуационных задач</li> </ul>

**Автономная некоммерческая организация  
профессионального образования  
«Пятигорский техникум экономики и инновационных технологий»  
(АНО ПО «ПТЭИТ»)**



УТВЕРЖДАЮ:  
Директор АНО ПО «ПТЭИТ»

*Ш.М.Исаев*  
Ш.М.Исаев

«30» мая 2025 г.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ  
ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

**ЕН.01 Элементы высшей математики**

для студентов специальности

**09.02.07 Информационные системы и программирование**

***Квалификация: Специалист по информационным системам***

г. Пятигорск, 2025г.

ФОС учебной дисциплины разработана на основе Федерального государственного образовательного стандарта (ФГОС) по специальности среднего профессионального образования (СПО) 09.02.07 Информационные системы и программирование (Приказ Минобрнауки России от 09.12.2016 № 1547)

**Организация-разработчик:** Автономная некоммерческая организация профессионального образования «Пятигорский техникум экономики и инновационных технологий»

**Разработчик:** Кононюк Т.Д., преподаватель АНО ПО «ПТЭИТ»

РАССМОТРЕН  
отделением информационно-технических  
дисциплин  
Протокол №9 от 27.05.2025г.  
Зав.отделением \_\_\_\_\_ Кононюк Т.Д.

СОГЛАСОВАН  
на заседании УМС  
Протокол № 5 от 30.05.2025  
\_\_\_\_\_ Кодякова О.А.

### Рецензенты

Шныров И.В. - преподаватель технических дисциплин АНО ПО «ПТЭИТ»

Баранская М.Ф. – преподаватель информационных дисциплин АЧОУ ВО «Институт Управления, Бизнеса и Права», г. Пятигорск

# 1. Паспорт фонда оценочных средств ЕН.01 Элементы высшей математики

## 1.1 ФОС позволяет оценивать ОК и ПК:

Код ПК, ОК	Умения	Знания
ОК 1, ОК 5,	Выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений Решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости Применять методы дифференциального и интегрального исчисления Решать дифференциальные уравнения Пользоваться понятиями теории комплексных чисел	Основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии Основы дифференциального и интегрального исчисления Основы теории комплексных чисел

## 1.2 ФОС позволяет оценивать освоение умений:

- У1. - выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений;
- У2. - решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости;
- У3. - применять методы дифференциального и интегрального исчисления;
- У4. - решать дифференциальные уравнения
- У5. - пользоваться понятиями теории комплексных чисел;

## 1.3 ФОС позволяет оценивать усвоение знаний:

- З1. Основы математического анализа;
- З2. Основы линейной алгебры и аналитической геометрии;
- З3. Основы дифференциального и интегрального исчисления;
- З4. Основы теории комплексных чисел;

## 1.4 Кодификатор оценочных средств:

Код ОС	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в КОС
1	2	3	4
1.	Собеседование	Средство контроля, организованное как специальная беседа преподавателя с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п.	Вопросы по темам/разделам дисциплины

2.	Проверочные задания	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.	Фонд тестовых заданий
3.	Практическая работа	Решение практических задач в письменном виде и устном виде	Методические указания по практическим работам

**1.5. Распределение оценочных средств по элементам освоенных умений, усвоенных знаний и их использование в практической деятельности для контроля сформированности компетенций в рамках тем/разделов УД по видам аттестации**

Контролируемые разделы (темы) в порядке поэтапного освоения УД в рамках ППССЗ	Текущий контроль										Промежуточная аттестация	
	Компетенции	Результаты обучения										
		Освоенные умения:					Усвоенные знания					
		У-1	У-2	У-3	У-4	У-5	З-1	З-2	З-3	З-4		
<b>Тема 1.</b> Основы теории комплексных чисел	ОК 01,05		2			2		1,2		2	Экзамен	
<b>Тема 2.</b> Теория пределов	ОК 01,05	2	2,3			2		1,2		2		
<b>Тема 3.</b> Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной	ОК 01,05		2,3					1,2				
<b>Тема 4.</b> Интегральное исчисление функции одной действительной переменной	ОК 01,05		2					1,2				
<b>Тема 5.</b> Дифференциальное исчисление функции нескольких действительных переменных	ОК 01,05		2,3					1,2				
<b>Тема 6.</b> Интегральное исчисление функции нескольких действительных переменных	ОК 01,05		2,3					1,2				
<b>Тема 7.</b> Теория рядов	ОК 01,05		2,3					1,2				
<b>Тема 8.</b> Обыкновенные дифференциальные уравнения	ОК 01,05			2			1,2 ,3		1,2			

<b>Тема 9.</b> Матрицы и определители	ОК 01,05			2,3					1		
<b>Тема 10.</b> Системы линейных уравнений	ОК 01,05			2,3					1		
<b>Тема 11.</b> Векторы и действия с ними	ОК 01,05			2,3					1		
<b>Тема 12.</b> Аналитическая геометрия на плоскости	ОК 01,05			2,3					1		

### 3. Комплекты контрольно - оценочных средства по видам аттестации

#### 3.1 КОС/КИМ для текущего контроля

<b>Оценочные средства</b>	<b>Комплекты контрольных заданий или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта практической деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций</b>
Собеседование	Вопросы по темам/разделам дисциплины, критерии и шкала оценивания.
Проверочные задания	Фонд тестовых заданий, расчетные задания, критерии и шкала оценивания.
Практическая работа	Методические указания по практическим работам, критерии и шкала оценивания.

#### 3.2 КОС/КИМ для промежуточной аттестации

<b>Форма проведения</b>	<b>Комплекты контрольных заданий или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта практической деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций</b>
Экзамен	- вопросы и задания для подготовки к экзамену; - билеты; - критерии и шкала оценивания ответа обучающегося.

# Комплект контрольно-оценочных средств для текущего контроля Вопросы по темам/разделам дисциплины

## Перечень вопросов к собеседованию

### Раздел 1. Элементы линейной алгебры.

1. Дать определение понятию «матрица». Перечислить виды матриц. Перечислить операции, выполняемые над матрицами.
2. Сформулировать механизм умножения матриц. Перечислить свойства умножения матриц.
3. Дать определение понятию «Определитель матрицы». Сформулировать основные механизмы нахождения определителей матриц.
4. Дать определение понятию «минор матрицы». Дать определение понятию «алгебраическое дополнение элементов матрицы».
5. Сформулировать алгоритм нахождения обратной матрицы.
6. Сформулировать алгоритм решения простейших матричных уравнений.
7. Записать формулы Крамера для решения СЛУ.
8. Сформулировать алгоритм решения систем линейных уравнений методом Гаусса.

### Раздел 2. Элементы аналитической геометрии.

1. Дать определение понятию «вектор». Перечислить действия над векторами.
2. Дать определение понятию «скалярное произведение». Сформулировать формулу для нахождения угла между векторами.
3. Дать определение понятию «уравнение линии». Записать формулу, выражающую общее уравнение прямой. Записать формулу, выражение прямой, проходящей через данную точку и имеющей заданный нормальный вектор. Записать формулу, выражающую уравнение прямой, проходящей через две заданные точки.
4. Дать определение понятию «кривые второго порядка». Записать уравнение окружности. Записать уравнение эллипса.
5. Записать уравнение гиперболы. Записать уравнение параболы.

### Раздел 3. Основы математического анализа.

1. Дать определение понятию «числовая последовательность». Дать определение понятию «предел ч.п.».
2. Дать определение понятиям «бесконечно малые и бесконечно большие ч.п.». Сформулировать механизм нахождения предела функции на бесконечности.
3. Дать определение понятию «непрерывная функция». Дать определение понятию «точка разрыва».
4. Дать определение понятию производной. Сформулировать геометрический смысл производной и физический смысл производной.
5. Сформулировать правило дифференцирования сложной функции.
6. Дать определение понятию «дифференциал». Сформулировать геометрический смысл дифференциала.
7. Дать определение понятию «производная высших порядков».

8. Сформулировать алгоритм для исследования функций с помощью первой и второй производной. Перечислить этапы построения графиков функций.
9. Дать определение понятию «неопределенный интеграл». Перечислить основные свойства неопределенных интегралов.
10. Сформулировать алгоритм нахождения неопределенного интеграла методом замены.
11. Сформулировать алгоритм нахождения неопределенного интеграла методом интегрирования по частям.
12. Дать определение понятию «определенный интеграл». Перечислить основные свойства определенного интеграла.
13. Перечислить геометрические приложения определенного интеграла. Сформулировать механизм вычисления площадей фигур с помощью определенного интеграла.
14. Перечислить методы приближенного вычисления определенного интеграла.
15. Дать определение понятию «дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными».
16. Дать определение понятию «дифференциальные уравнения первого порядка с разделенными переменными».
17. Дать определение понятию общее решение ДУ.
18. Сформулировать алгоритм для нахождения решения задачи Коши в ДУ.
19. Дать определение понятию «линейные дифференциальные уравнения первого порядка».
20. Дать понятие числового ряда. Остаток ряда.
21. Перечислить свойства рядов. Признаки сравнения числовых рядов.
22. Признаки Даламбера, Коши и интегральный признак.
23. Знакопередающиеся ряды. Абсолютная и условная сходимость. Функциональные последовательности  $\tau$  ряды.
24. Степенные ряды. Радиус и интервал сходимости. Область сходимости. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение элементарных функций в ряд. Приближенные вычисления.

#### **Раздел 4. Основы теории комплексных чисел.**

1. Дать понятие мнимой единицы. Дать определение понятию «комплексное число».
2. Перечислить действия над комплексными числами в алгебраической форме.
3. Записать тригонометрическую форму комплексного числа. Записать показательную формулу комплексного числа.
4. Перечислить действия над комплексными числами в тригонометрической форме.

## Критерии и шкала оценивания

Оценка	Критерии оценки
Отлично	студент обнаруживает систематическое и глубокое знание программного материала по дисциплине, умеет свободно ориентироваться в вопросе. Ответ полный и правильный на основании изученного материала. Выдвинутые положения аргументированы и иллюстрированы примерами. Материал изложен в определенной логической последовательности, осознанно, литературным языком, с использованием современных научных терминов; ответ самостоятельный. Студент уверенно отвечает на дополнительные вопросы.
Хорошо	студент обнаруживает полное знание учебного материала, демонстрирует систематический характер знаний по дисциплине. Ответ полный и правильный, подтвержден примерами; но их обоснование не аргументировано, отсутствует собственная точка зрения. Материал изложен в определенной логической последовательности, при этом допущены 2-3 несущественные погрешности, исправленные по требованию экзаменатора. Студент испытывает незначительные трудности в ответах на дополнительные вопросы. Материал изложен осознанно, самостоятельно, с использованием современных научных терминов, литературным языком.
Удовлетворительно	студент обнаруживает знание основного программного материала по дисциплине, но допускает погрешности в ответе. Ответ недостаточно логически выстроен, самостоятелен. Основные понятия употреблены правильно, но обнаруживается недостаточное раскрытие теоретического материала. Выдвигаемые положения недостаточно аргументированы и не подтверждены примерами; ответ носит преимущественно описательный характер. Студент испытывает достаточные трудности в ответах на вопросы. Научная терминология используется недостаточно.
Неудовлетворительно	выставляется студенту, обнаружившему пробелы в знаниях основного учебного материала по дисциплине. При ответе обнаружено непонимание студентом основного содержания теоретического материала или допущен ряд существенных ошибок, которые студент не может исправить при наводящих вопросах экзаменатора, затрудняется в ответах на вопросы. Студент подменил научное обоснование проблем рассуждением бытового плана. Ответ носит поверхностный характер; наблюдаются неточности в использовании научной терминологии.

### Раздел 1 Элементы линейной алгебры

#### Матрицы и определители.

I вариант

## Вариант 1.

### Задания уровня А:

1. Выберите единичную матрицу из числа предложенных:

1) 3)

2) 4)

2. Укажите матрицу , если матрица  $A=$

1) 3)

2) 4)

3. Выберите вектор – столбец из числа предложенных матриц

1) 3) ;

2) 4)

4. Найдите сумму матриц , если

1) 3) ;

2) 4) .

5. Найдите сумму матриц , если

3) 1)

4) 2) ;

6. Найдите , если

1)                    2)

- 3)                      4)

7. **Найдите произведение матриц**                      , **если**

1) произведение                      не определено;                      3)

2)

4)

8. **Найдите произведение матриц**                      , **если**

3) произведение                      не определено;

1) ;

4)

2)

9. **Как изменится определитель при транспонировании матрицы?**

1) определитель не изменится;                      3) значение определителя удвоится;

2) знак определителя поменяется на                      4) определитель примет значение, обратное                      противоположный;                      исходному.

$$\begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}$$

10. **Вычислите определитель 2-го**                      **порядка**

1) -7; 3) 1; 2) -5; 4) 5.

$$\begin{vmatrix} 3 & -2 & 4 \\ 1 & 5 & 0 \\ -3 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

11. **Вычислите определитель 3-го**                      **порядка**

1) 98; 3) 90; 2) -30;                      4) 104.

12. **Выберите невырожденную матрицу из числа предложенных**

1) 3)

2) 4)

13. **Найдите минор  $m_{12}$  соответствующего элемента определителя**

1) -2;    3) -5; 2) 13; 4) 5.

14. Найдите алгебраическое дополнение соответствующего элемента матрицы

$$\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 5 & 1 \end{vmatrix}$$

1) -18; 3) 18; 2) -19; 4) 19.

15. Найдите значение  $x$ , решив уравнение  $\begin{vmatrix} x & 2x \\ 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = 0$

1) — 2) 0;

3) — 4) —

**Вариант 2.**

**Задания уровня А:**

**1. Выберите треугольную матрицу из числа предложенных:**

1) 3)

2) 4)

**2. Укажите матрицу , если матрица**

1) 3)

2) 4)

**3. Выберите вектор – строку из числа предложенных матриц**

1) 3)

4)

2)

**Найдите разность матриц , если**

1) ; 3) ;

2) ; 4)

**4. Найдите сумму матриц , если**

1) 3) ;

2) 4)

**5. Найдите , если**

1)

2) 4)

3) ;

**6. Найдите произведение матриц , если**

1) 3)

4) произведение не определено;

2) .

**7. Найдите произведение матриц , если**

1) произведение не определено;

3)

2)

4)

1) определитель не изменится;

3) значение определителя удвоится;

2) знак определителя поменяется на противоположный;

4) определитель примет значение, обратное исходному.

**8. Как изменится определитель при перестановке двух его параллельных рядов?**

**9. Вычислите определитель 2-го порядка**

1) -17; 3) 3; 2) 13; 4) -13.

$$\begin{vmatrix} 5 & -1 \\ 2 & -3 \end{vmatrix}$$

10. Вычислите определитель 3-го порядка

1) 92; 3) 56; 2) 72; 4) 54.

$$\begin{vmatrix} -1 & 3 & 5 \\ 4 & 2 & -2 \\ 1 & 4 & 0 \end{vmatrix}$$

11. Выберите вырожденную матрицу из числа предложенных.

1)                    3)

4)

2)

12. Найдите минор  $m_{21}$  соответствующего элемента  $\begin{vmatrix} -1 & 4 \\ 3 & -2 \end{vmatrix}$  определителя

1) -10; 3) 4; 2) 3; 4) -4.

13. Найдите алгебраическое дополнение  $A_{32}$  соответствующего элемента матрицы .

1) 50; 3) -50; 2) 9;

4) -9.

14. Найдите значение  $x$ , решив уравнение

1) 6; 2) 0; 3) 1; 4) 9;

Критерии оценивания результатов

<i>Ключи</i>	
Вариант 1	Вариант 2
A1    2	A1    1
A2    4	A2    2
A3    4	A3    3
A4    2	A4    1
A5    1	A5    2
A6    4	A6    2
A7    3	A7    4
A8    1	A8    2
A9    1	A9    2
A10   4	A10   4
A11   1	A11   3

<b>A12</b> <b>3</b>	<b>A12</b> <b>1</b>
<b>A13</b> <b>4</b>	<b>A13</b> <b>3</b>
<b>A14</b> <b>3</b>	<b>A14</b> <b>3</b>
<b>A15</b> <b>1</b>	<b>A15</b> <b>4</b>

## Системы линейных уравнений

### Расчетное задание

#### Текст задания

##### Вариант 1

1. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы 2. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера.
3. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$5, 7. \quad \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 1, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = \end{cases}$$

##### Вариант 2

1. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы 2. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера.
3. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = -2, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 7, \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 5. \end{cases}$$

##### Вариант 3

1. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы 2. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера.
3. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$4, 7, \quad \begin{cases} x_1 + 3x_2 - 2x_3 = \\ x_1 + 4x_2 - x_3 = \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 3. \end{cases}$$

##### Вариант 4

1. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы 2. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера.
3. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$3, 6, 4. \quad \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = \end{cases}$$

##### Вариант 5

1. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы 2. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера.
3. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$2, 3, 10. \quad \begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 = \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = \\ 3x_1 + 7x_2 + x_3 = \end{cases}$$

##### Вариант 6

1. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы 2. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера.
3. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$1, 1. \quad \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = \end{cases}$$

За правильный ответ на вопросы или верное решение задачи выставляется положительная оценка – 3 балла.

За неправильный ответ на вопросы или неверное решение задачи выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

## Раздел 2

### Элементы аналитической геометрии.

#### Тема 2.1. Векторы на плоскости и в пространстве

##### Тестовое задание

##### Текст задания

##### Вариант 1

1. Вектор – это \_\_\_\_\_ отрезок.
2. Векторы, лежащие на параллельных прямых или на одной прямой, называются \_\_\_\_\_.
3. Координаты суммы двух векторов равны \_\_\_\_\_ соответствующих \_\_\_\_\_ данных векторов.
4. \_\_\_\_\_ векторы называются сонаправленными, если их \_\_\_\_\_ совпадают.
5. Если  $\alpha > 0$ , то угол  $\alpha$  между ними \_\_\_\_\_.

##### Вариант 2

1. Длиной вектора называется \_\_\_\_\_, задающего данный вектор.
2. Векторы называются компланарными, если при откладывании их \_\_\_\_\_ они \_\_\_\_\_ в одной плоскости.
3. Координаты разности двух векторов равны \_\_\_\_\_ соответствующих \_\_\_\_\_ данных векторов.
4. \_\_\_\_\_ векторы называются противоположно направленными, если их \_\_\_\_\_ не совпадают.
5. Если угол между векторами прямой, то \_\_\_\_\_.

За правильный ответ на вопросы или верное решение задачи выставляется положительная оценка – 1 балл.

За неправильный ответ на вопросы или неверное решение задачи выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

## Расчетное задание

### Текст задания

#### Вариант 1

Даны векторы  $a(9; 2; 1)$  и  $b(4; 3; 0)$  (для № 1-5).

1. Найти  $a \cdot b$ .

$$\left( \begin{array}{c} \cdot \\ \wedge \\ \cdot \end{array} \right)$$

2. Найти  $a \cdot b$ .

$$\left| \begin{array}{c} | \\ | \\ \cdot \end{array} \right|$$

3. Найти  $a$

4. Найти  $b$ .

5. Найти координаты векторов  $c$  и  $d$ .

$$= + \quad = - \quad = -$$

$$b, d \quad a \quad b, f \quad 3^a.$$

6. В прямоугольной декартовой системе координат построить точки  $A(0; 0)$ ,  $B(3; -4)$ ,  $C(-3; 4)$ . Определить расстояние между точками  $A$  и  $B$ ,  $B$  и  $C$ ,  $A$  и  $C$ .

#### Вариант 2

Даны векторы  $a(3; 2; 1)$  и  $b(3; 0; 4)$  (для № 1-5).

1. Найти  $a \cdot b$ .

$$\left( \begin{array}{c} \cdot \\ \wedge \\ \cdot \end{array} \right)$$

2. Найти  $a \cdot b$ .

$$\left| \begin{array}{c} | \\ | \\ \cdot \end{array} \right|$$

3. Найти  $a$

4. Найти  $b$ .

5. Найти координаты векторов  $c$  и  $d$ .

$$= + \quad \bar{b}, \bar{d} \quad a \quad = \bar{b}, f \quad 3a.$$

6. В прямоугольной декартовой системе координат построить точки  $A(0; 0)$ ,  $C(-3; 4)$ ,  $D(-2; 2)$ ,  $E(10; -3)$ . Определить расстояние между точками  $C$  и  $D$ ,  $A$  и  $D$ ,  $D$  и  $E$ .

За правильный ответ на вопросы или верное решение задачи выставляется положительная оценка – 1 балл.

За неправильный ответ на вопросы или неверное решение задачи выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

## Тема 2.2. Прямая на плоскости.

## Вариант 1

1. Указать верные утверждения:

- а) всякое уравнение 2 степени определяет некоторую плоскость в пространстве;
- б) всякое уравнение 1 степени определяет некоторую плоскость в пространстве;
- в) любое уравнение определяет некоторую плоскость в пространстве;
- г) уравнение вида  $Ax + By + Cz + D = 0$  определяет некоторую плоскость в пространстве, при условии, что  $A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$

2. Плоскость задана точкой  $M(1,2,-1)$  и вектором нормали  $\vec{n}(5,-3,2)$ . Уравнением этой плоскости является:

- а)  $5x - 3y + 2z = 0$
- б)  $5x - 3y = -2z + 3$
- в)  $\begin{cases} x - 1 = 5t \\ y - 2 = -3t \\ z + 1 = 2t \end{cases}$
- г)  $-10x + 6y = 4z + 6$

3. Указать верное утверждение:

- а) плоскость  $x + y = 0$  проходит через начало координат;
- б) плоскость  $x - 4y = 0$  совпадает с плоскостью  $ХОУ$ ;
- в) плоскость  $y = 4z$  содержит прямую  $ОХ$ ;
- г) прямая  $ОУ$  параллельна плоскости  $2y = 3$ .

4. Вектор  $\vec{p}(1,-2,3)$  параллелен плоскости:

- а)  $3x + 3y + 2z - 3 = 0$  ;
- в)  $2x - 4y + 6z + 3 = 0$ ;
- б)  $4x + 8y + 4z - 6 = 0$  ;
- г)  $3x + 3y + z = 0$  .

5. Точки  $A(2,3,1)$  и  $B(-2,0,1)$  относительно плоскости  $x - 2y + z + 3 = 0$  лежат

- а) в одном полупространстве;
- б) в разных полупространствах;
- в) одна точка лежит в данной плоскости;
- г) две точки лежат в данной плоскости.

6. Две плоскости  $x + 2y + 4z + 4 = 0$  и  $2x + 4y + 6z - 16 = 0$

- а) параллельны;
- б) пересекаются по прямой;
- в) совпадают;
- г) не пересекаются.

7. Даны уравнения параллельных плоскостей:  $4x+6y+2z-7=0$  и  $2x+3y+z+5=0$ . Уравнением плоскости, проходящей посередине между данными плоскостями, является:

- а)  $4x + 6y + 2z + 3 = 0$ ;
- б)  $8x + 12y + 4z - 1 = 0$ ;
- в)  $4x + 6y + 2z - 1 = 0$ ;
- г)  $8x + 12y + 4z + 3 = 0$ .

8. Угол между прямой  $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{1}$  и плоскостью  $2x + 2y - 2z = 0$  равен:

- а)  $30^\circ$
- б)  $90^\circ$
- в)  $60^\circ$
- г)  $0^\circ$

9. Угол между прямыми  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{1}$  и  $\frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{1}$  равен:

- а)  $30^\circ$
- б)  $90^\circ$
- в)  $60^\circ$
- г)  $0^\circ$

10. Плоскость  $2x + 2y + z + 3 = 0$  и  $ax + y - z + 1 = 0$  образует угол  $60^\circ$ , если  $a$  равно:

- а) -2
- б) 1
- в) -3
- г) 2

11. Прямая  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{6}$  пересекает плоскость  $2x + 5y + z - 1 = 0$  в точке с координатами:

- а) (2,-4,9)
- б) (-1,3,-12)
- в) (3,-5,12)
- г) (0,1,-6)

12. Установите соответствие между элементами левого и правого столбцов:

1) Уравнение плоскости, проходящая через точку  $M(-1,3,4)$  и перпендикулярную

прямую  $\begin{cases} 2x - y + 3z - 1 = 0 \\ x + y - z + 5 = 0 \end{cases}$

2) уравнение плоскости проходит через прямую  $\frac{x+5}{-1} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-1}{2}$  и параллельную

прямую  $\begin{cases} 2x - y + 3z - 3 = 0 \\ x + 2y - 3z + 5 = 0 \end{cases}$

3) Уравнение плоскости, проходящей через точки  $P(2,-1,-1)$  и  $O(0,0,0)$  имеет вид:

а)  $5x - 3y + 2z = 0$

б)  $2x - 5y - 3z + 29 = 0$

в)  $x - y - 3z + 2 = 0$

г)  $2x - 3y - 5z - 5 = 0$

д)  $2x + y - z + 8 = 0$

е)  $7x - y - 5z = 0$

ж)  $4x + 3y - 5z = 0$

18. Уравнение прямой, проходящей через точку  $M(1, -2, 3)$  параллельной прямой  $x - 2y + 3 = 0, z = 0$  имеет вид:

а)  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{0}$

б)  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{0}$

в)  $x - 2y - 5 = 0, z = 0$

г)  $x - 2y - 5 = 0, z = 0$

19. В пучке плоскостей  $2x - 3y + z - 3 + \alpha(x+3y+z+2) = 0$  уравнение плоскости параллельной оси  $OX$  имеет вид:

а)  $7x - 6y + 4z - 7 = 0;$

б)  $9y + z + 7 = 0;$

в)  $2y + 3z + 1 = 0;$

г)  $3x + 2z - 1 = 0;$

20. Угол между прямыми  $\frac{x-2}{1} = \frac{y+4}{-1}; x + 2 = 0$  и  $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -2 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$  равен:

а)  $45^\circ$

б)  $225^\circ$

в)  $60^\circ$

г)  $90^\circ$

21. Синус угла между прямой  $\frac{x-3}{-1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-1}{1}$  и плоскостью  $-2x + 2y - 2z + 5 = 0$  равен:

а)  $\frac{2}{3\sqrt{2}}$

б)  $-\frac{\sqrt{2}}{3}$

в)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$

г)  $\frac{2}{\sqrt{6}}$

### Вариант 2

1. Уравнение плоскости, проходящей через основание  $M_0(2, 6, -4)$  перпендикуляра, опущенного из начала системы координат к плоскости имеет вид:

а)  $2x - 6y - 4z - 56 = 0$

в)  $x + 3y - 2z - 28 = 0$

б)  $x + 3y - 2z - 12 = 0$

г)  $2x + 6y - 4z - 24 = 0$

2. Для того, чтобы вектор  $\vec{p}(p_1, p_2, p_3)$  был параллелен плоскости  $Ax + By + Cz + D = 0$  необходимо и достаточно, чтобы выполнялось условие:

а)  $A p_1 + B p_2 + C p_3 + D = 0;$

б)  $A p_1 + B p_2 + C p_3 = 0;$

в)  $A p_1 + B p_2 + C p_3 = 0;$

г)  $\frac{A}{p_1} = \frac{B}{p_2} = \frac{C}{p_3}$

3. Указать верные утверждения:

- а) плоскость  $5x - 3z + 1 = 0$  параллельна плоскости YOZ;  
б) плоскость  $3x + y + 2 = 0$  параллельна прямой OZ;  
в) плоскость  $2x + 3 = 0$  совпадает с плоскостью YOZ;  
г) плоскость  $3x + 4y + 7z = 0$  проходит через начало координат.

4. Даны три точки A(1,0,2), B(-2,-1,3), C(3,-2,-1) и плоскость  $x + 2y + 3z - 4 = 0$ . В одном полупространстве относительно данной плоскости лежат точки:

- а) A и B                      б) B и C                      в) A и C                      г) A, B и C

5. Расстояние между плоскостями  $2x + 3y + 6z - 4 = 0$  и  $2x + 3y + 6z + 3 = 0$  равно

- а)  $\frac{1}{7}$                                       б) 1                                      в) -1                                      г) 7

6. Прямая проходящая через точки A(1,2,0) и B(-1,-2,-1) задается уравнением:

а)  $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z}{-1}$                                       в)  $2(x+1) + 4(y-1) + z = 0$

б)  $\frac{x+1}{-2} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z}{-1}$                                       г)  $\begin{cases} x-1 = -2t \\ y-2 = -4t \\ z = -1 \end{cases}$

7. Указать верное утверждение:

Две прямые;  $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+1}{0}$  и  $\frac{x-2}{2} = \frac{y+4}{-4} = \frac{z+1}{0}$

- а) параллельны;  
б) совпадают;  
в) скрещиваются;  
г) перпендикулярны.

8. Даны три точки A(-1,2,-1), B(2,1,3), C(5,0,-5) и прямая  $l = \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 1 + t \\ z = -3 + 2t \end{cases}$ . Прямой  $l$

принадлежат точки:

- а) A,B                                      б) B,C  
в) A,C                                      г) A,B и C

9. Угол между прямыми  $\frac{x-2}{4} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{-1}$  и  $\frac{x-1}{-1} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{5}$  равен:

- а)  $30^\circ$                                       б)  $90^\circ$                                       в)  $60^\circ$                                       г)  $0^\circ$

10. Прямая  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+2}{3}$  пересекает плоскость  $2x - y - z + 3 = 0$  в точке с координатами:

- а) (6,-4,2)                                      б) (-1,0,-5)                                      в) (3,-2,1)                                      г) (-3,1,8)

11. Даны уравнения плоскостей  $\pi_1: 2x - y - z + 3 = 0$  и  $\pi_2: 4x - 2y - 2z + 5 = 0$ . Уравнением плоскости, параллельной данным плоскостям, не расположенной между ними и отстоящей от  $\pi_1$  2 раза дальше, чем от  $\pi_2$ , является;

- а)  $2x - y - z + 2 = 0$
- б)  $2x - y - z + 7 = 0$
- в)  $4x - 2y - 2z + 3 = 0$
- г)  $4x - 2y - 2z + 2 = 0$

12. Установите соответствие между элементами левого и правого столбцов:

1) Даны две точки  $M_1(3, -1, 2)$  и  $M_2(4, -2, -1)$ . Уравнение плоскости, проходящей через точку  $M_1$  перпендикулярно  $\overline{M_1M_2}$

а)  $5x - 3y + 2z = 0$

б)  $2x - 5y - 3z - 5 = 0$

2) Уравнение плоскости, проходящей через точку  $O(0, 0, 0)$  и параллельно плоскости  $5x - 3y + 2z - 3 = 0$

в)  $x - y - 3z + 2 = 0$

г)  $5x - 3y + 2z = 0$

3) Уравнение плоскости, проходящей через точку  $O(0, 0, 0)$  и перпендикулярно плоскостям  $2x - y + 3z - 1 = 0$  и  $x + 2y + z = 0$

д)  $2x - y - z - 6 = 0$

е)  $7x - y - 5z = 0$

ж)  $4x + 3y - z = 0$

13. Расстояние между плоскостями  $\delta_1: 5x + 3y - \sqrt{2}z + 1 = 0$  и  $\delta_2: 5x + 3y - \sqrt{2}z + 8 = 0$  равно:

- а)  $\frac{7}{6}$
- б)  $\frac{6}{7}$
- в)  $\frac{5}{7}$
- г)  $\frac{7}{5}$

14. Угол между плоскостями  $\delta_1: 5x - 3y + \sqrt{2}z + 5 = 0$  и  $\delta_2: -x + y + \sqrt{2}z + 1 = 0$  равен:

- а)  $45^\circ$
- б)  $60^\circ$
- в)  $30^\circ$
- г)  $120^\circ$

15. Уравнение прямой, образованной пересечением плоскости  $5x - 4y - 2z + 5 = 0$  с плоскостью  $YOZ$  имеет вид:

а)  $4y + 2z - 5 = 0, x = 0;$

б)  $4y - 2z + 5 = 0, x = 0;$

в)  $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 2,5 - 2t \end{cases};$

г)  $4y - z + 5 = 0, x = 0.$

16. Установите соответствие между уравнениями прямых и координатами их направляющих векторов

а)  $\begin{cases} x + y + 3z = 5 = 0 \\ 5x + 2y - z + 6 = 0 \end{cases}$  1) (-7,16,-3)

2) (2,-1,3)

б)  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-5}{3}$

3) (2,5,1)

в)  $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 5 - 3t \\ z = 1 + 5t \end{cases}$

4) (-1,3,5)

5) (1,-3,5)

г)  $\frac{2x-1}{-3} = \frac{y-5}{2} = \frac{3z+1}{1}$

6) (-9,12,2)

д)  $\begin{cases} x - y + 5 = 0 \\ 3x + 2y + z - 6 = 0 \end{cases}$

17. Уравнение прямой, проходящей через точку  $M(2,-1,3)$ , параллельной прямой

$\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 4t \end{cases}$  имеет вид:

а)  $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{4}$ ,

б)  $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{0}$ ,

в)  $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$

г)  $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 3t \end{cases}$

18. В пучке плоскостей  $x + 2y + z - 3 + \lambda(x + y + 2z + 3) = 0$  уравнение плоскости параллельной вектору  $\vec{p}(1,2,-1)$  имеет вид:

а)  $3x + 7y + 2z - 9 = 0$ ;

б)  $3x + 7y + 2z = 0$ ;

в)  $3x + 2y + 7z = 0$ ;

19. Угол между прямыми  $d_1: \frac{-x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{-1}$  и  $d_2: \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{2}, x + 3 = 0$  равен:

а)  $\frac{7\pi}{6}$

б)  $\arccos \frac{1}{\sqrt{12}}$

в)  $\frac{\pi}{6}$

г)  $150^\circ$

20. Синус угла между прямой  $d: \frac{x-2}{-2} = \frac{z+1}{2}, y - 5 = 0$  и плоскостью  $\alpha: 2x - 4y - 2z + 3 = 0$  равен:

а)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$

б)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

в)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

г)  $-\frac{1}{\sqrt{3}}$

21. Прямая  $d_1: \frac{x-3}{a} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-5}{c}$  перпендикулярна прямой  $d_2: \frac{x+11}{2} = \frac{y-2}{b}, z + 3 = 0$ , если:

а)  $b = 2a, c = 0$

б)  $a = 2b$

в)  $a = -\frac{b}{2}$

г)  $a = 0, b = 0$

1. Эллипс имеет:

1) Только одну ось симметрии

2) Две оси симметрии

3) Только центр симметрии

4) Две оси симметрии и центр симметрии

2. Уравнение  $3x^2 - 4y^2 = 0$  описывает на плоскости:

1) Гиперболу

2) Эллипс

3) Только точку (0;0)

4) Пустое множество

3. Полуоси эллипса могут быть:

1) Только целыми положительными числами

2) Любыми действительными числами

3) Любыми целыми числами

4) Любыми действительными положительными числами

4. Длинными полуосей гиперболы  $9x^2 - 36y^2 = 4$  являются числа:

1)  $a=2; b=3$

2)  $a=4; b=9$

3)  $a=9; b=4$

4)  $a=3; b=2$

5. В уравнении кривой 2-го порядка  $Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + Dx + Ey = F$

не равны нулю должны быть:

1) Все коэффициенты: A, B, C, D, E, F

2) Коэффициенты A, B и C

3) Хотя бы один из коэффициентов: A, B, C, D, E, F

4) Хотя бы один из коэффициентов: A, B, C

6. Директриса параболы:

1) Пересекает параболу в одной точке

2) Касается параболы

3) Не пересекает и не касается параболы

4) Пересекает параболу в двух точках

7. Фокусы гиперболы  $16x^2 - 9y^2 = 144$  находятся в  $\sqrt{5}$  точках с координатами:

1) (16; 9) и (16; -9)

2) (-16; 9) и (16; 9)

3) (5; 0) и (-5; 0)

4) (0; 5) и (0; -5)

8. Гипербола:

1) Пересекает свои асимптоты

2) Касается своих асимптот

3) Неограниченно приближается к своим асимптотам, но не достигает их

4) Не имеет асимптот

9. Радиус окружности  $(x-3)^2 + (y+5)^2 = 16$  равен:

1) 4

2) 8

3) 16

4) 256

10. Фокус параболы  $y^2 = 16x$  имеет координаты:

(0; 0)

(4; 0)

(0; 4)

(16; 0)

Выполните задания по теме: « Составление уравнения кривых 2 порядка».

1. Найти координаты центра и радиус окружности  $x^2 - 2x + 4y + y^2 - 20 = 0$ .
2. Напишите каноническое уравнение эллипса, если его малая полуось равна  $b$ , а фокусное расстояние равно  $10$ .
3. Дан эллипс  $25x^2 + 49y^2 = 1225$  определите длины осей, координаты фокусов и эксцентриситет.
4. Постройте гиперболу  $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1$ . Найдите асимптоты и эксцентриситет.
5. Дано уравнение гиперболы  $9x^2 - 16y^2 = 144$ . Найдите координаты ее фокусов и вершин, эксцентриситет и уравнение асимптот. Сделайте чертеж.

### Раздел 3 Основы математического анализа.

#### Выполните тестовое задание.

Общие рекомендации по выполнению теста:

1. Внимательно прочитайте задание, выберите правильные варианты ответа.
2. Задание выполняется в аудитории и сдается для проверки отчет теста.

Найти предел функции  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x^2 + 2x}{x^2 - 1}$

- а) 1; б) 0; в)  $\infty$ ; г) -1.

1. Установите соответствие между пределами функций и их значениями:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + 2x^3 + 3x + 4}{x^4 - 3x^2 + 2x + 1} \quad 1. \lim \quad ; \quad \text{а) } 0;$$

$$2. ; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^4 + 2x^3 + 3x + 4}{4x^4 + 3x^2 + 2x + 1} \quad \text{б) } 1;$$

$$3. ; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 2x^3 + 3x + 4}{4x^4 + 3x^2 + 2x + 1} \quad \text{в) } 2.$$

3. Найдите производную функции  $y$

$$y = \frac{x+3}{x}$$

3)  $2^x$  3)  $\frac{3}{x^2}$  б)  $-\frac{3}{x^2}$  г)  $-\frac{3}{x}$   
 а)  $2^{2x}$  б)  $x$   
 $y = x^2 + \cos x$  в точке  $x_0 = \frac{\pi}{2}$ .

π · 1                      3)  $\frac{\pi}{2} \cdot 1$                       4) π - 1

6. Найдите производную функции

1)  $x^2$                       2)

4. Найдите производную функции  $y = x^2 \sin x$ .

1)  $2x \cos x$                       2)  $2x \sin x + x^2 \cos x$                       3)  $2x \sin x + x^2 \cos x$                       4)  $2x \cos x$ .

5. Найти дифференциал функции:  $y = \cos(x^3 + x - 1)$

$dy = (3x^2 - 1) \sin(x^3 + x - 1) dx$                       а)  $dy = -(3x^2 + x - 1) dx$                       б)  $dy = (3x^2 + x - 1) dx$

а) ; б) ;  
 в)  $dy = \sin(x^3 + x - 1) dx$ .

6. Найти интеграл  $\int (1 - x)(2 + 3x) dx$ .

$\frac{x^2}{2} - x^3 + C$                        $2x + \frac{x^2}{2} - x^3 + C$                        $\frac{x}{x} + x^2 - \frac{x}{x} + C$                       а)  $\frac{x^2}{2} - x^3 + C$   
 б)  $2x + \frac{x^2}{2} - x^3 + C$                       в)  $\frac{x}{x} + x^2 - \frac{x}{x} + C$

7. Найти интеграл, используя формулу интегрирования по частям  $\int \ln x \cdot \frac{dx}{x}$ .

а)  $-\frac{\ln x}{x^2} - \frac{1}{x} + C$ ; б)  $-\frac{\ln x}{x} - \frac{1}{x} + C$ ; в)  $-\frac{\ln x}{x} + \frac{1}{x^2} + C$ ; г)  $\frac{\ln x}{x} + \frac{1}{x} + C$ .

24dx

8. Вычислите интеграл  $\int_{x_2}^x dx$ . а) 12; б) -7; в) 8; г) 7.

1

9. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = \sin x$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = \pi$ .

- 1)  $\pi$                       2) 0                      3) 1                      4)  $\frac{\pi}{2}$

dx

10. Укажите функцию, являющуюся решением уравнения  $xy' = \sqrt{x+1}$

- а)  $y = e^x$ ; б)  $y = 2$ ; в)  $y = \frac{1}{x+1}$ ; г)  $y = \ln(x+1)$ .

11. Найдите корни характеристического уравнения ОДУ  $y'' - 9y = 0$

- а)  $\lambda_1 = 3, \lambda_2 = -3$ ; б)  $\lambda_1 = 0, \lambda_2 = 3$ ; в)  $\lambda_1 = -1, \lambda_2 = 1$ ; г)  $\lambda_1 = 3, \lambda_2 = -3$ .

12. Выберите сходящийся ряд.

- а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2+1}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ ; г)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+1}$

Ключ ответов для теста:

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Вариант ответа	б	1б, 2в, 3а	в	в	б	б	б	а	г	г	а	б

**Раздел 4. Основы теории комплексных чисел** **Выполните тестовое задание.**

Общие рекомендации по выполнению теста:

1. Внимательно прочитайте задание, выберите правильные варианты ответа.
2. Задание выполняется в аудитории и сдается для проверки отчет теста.

1. Задано комплексное число  $z = x + iy$ . Выбрать верные утверждения, касающиеся  $\operatorname{Re} z$ ,  $\operatorname{Im} z$ ,  $z$ :

а)  $\operatorname{Re} z = y$ ;    б)  $\operatorname{Re} z = iy$ ;    в)  $\operatorname{Re} z = x$ ;    г)  $\operatorname{Im} z = x$ ;    д)  $\operatorname{Im} z = iy$ ;    е)  $\operatorname{Im} z = y$ ;    ж)  $|z| = x^2 + y^2$ ;

з)  $|z| = |x| + |y|$ ;    и)  $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$ .

2. Умножение комплексных чисел  $z_1$  и  $z_2$ , заданных в тригонометрической форме, осуществляется по формуле:

А)  $|z_1| \cdot |z_2| \cdot (\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i \sin(\varphi_1 + \varphi_2))$ ;

Б)  $|z_1| \cdot |z_2| \cdot (\cos(\varphi_1 \cdot \varphi_2) + i \sin(\varphi_1 \cdot \varphi_2))$ ;

В)  $|z_1| + |z_2| \cdot (\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i \sin(\varphi_1 + \varphi_2))$ ;

Г)  $|z_1| \cdot |z_2| \cdot (\sin(\varphi_1 \cdot \varphi_2) + i \cos(\varphi_1 \cdot \varphi_2))$ ;

Д) верный ответ отсутствует.

3. Деление комплексных чисел  $z_1$  и  $z_2 \neq 0$ , заданных в тригонометрической форме, осуществляется по формуле:

А)  $\frac{|z_1|}{|z_2|} \cdot (\cos \frac{\varphi_1}{\varphi_2} + i \sin \frac{\varphi_1}{\varphi_2})$ ;

Б)  $\frac{|z_1|}{|z_2|} \cdot (\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + i \sin(\varphi_1 - \varphi_2))$ ;

В)  $\frac{|z_1|}{|z_2|} \cdot (\sin \frac{\varphi_1}{\varphi_2} + i \cos \frac{\varphi_1}{\varphi_2})$ ;

Г)  $\frac{|z_1|}{|z_2|} \cdot (\sin(\varphi_1 - \varphi_2) + i \cos(\varphi_1 - \varphi_2))$ ;

Д) верный ответ отсутствует.

4. Найти модуль  $|z|$  комплексного числа  $z = (-1 + i)^6$ .

Ответ напишите целым числом \_\_\_\_\_

5. Определите значение  $2z_1 - z_2$  для комплексных чисел  $z_1 = -2 + 3i$  и  $z_2 = 3 - 4i$

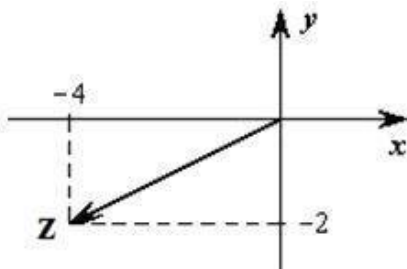
А)  $-1+2i$ ; б)  $7-10i$ ; в)  $1-2i$ ; г)  $-7+10i$ ; д)  $-7-10i$ .

6. Установить соответствие между алгебраической и соответствующей показательной формой записи комплексного числа  $z$ :

Показательная форма	
1	$2 \cdot e^{-\frac{\pi}{6}i}$
2	$2 \cdot e^{-\frac{\pi}{3}i}$
3	$2 \cdot e^{\frac{\pi}{2}i}$
4	$1 \cdot e^{\pi i}$
5	$\sqrt{2} \cdot e^{\frac{3\pi}{4}i}$

Алгебраическая форма	
а	$-1+i$
б	$-1$
в	$1-i\sqrt{3}$
г	$2i$

7. Алгебраическая форма комплексного числа  $z$ , изображенного на рисунке, имеет вид:



а)  $z = 4 - 2i$ ; б)  $z = 4 + 2i$ ; в)  $\bar{z} = 4 + 2i$ ; г)  $\bar{z} = -4 - 2i$ ; д)  $\bar{z} = 2 + 4i$ .

8. Для квадратного уравнения  $\bar{z}^2 + 2z - 5 = 0$  указать верные утверждения о корнях:  $z_1 = -1 - 2i, z_2 = -1 + 2i$

а)  $z_1 = 1 + 2i, z_2 = 1 - 2i$ ; б)  $\bar{z}_1 = 2i$ ; в) у данного уравнения нет корней, ни

$z_1 = 1 + 2i, z_2 = 1 - 2i$

комплексных, ни действительных; г) у данного уравнения нет действительных корней; д)  $z_1 = 1 + 2i, z_2 = 1 - 2i$ .

9. Для комплексных чисел  $\bar{z}_1 = 1 - 2i$  и  $z_2 = 2 + 3i$  указать верный результат операций:

$$\frac{z_1^2 + \bar{z}_1 \cdot z_2}{z_2 - z_1}$$

- а)  $4 - i$ ; б)  $-4 - i$ ; в)  $4 + i$ ; г)  $3i - 5$ ; д)  $5 - 3i$ .

10. Указать верные утверждения, относящиеся к комплексному числу  $z = -4 + 4i$ :

- А)  $|z| = 4$ ; б)  $\arg z = \frac{3\pi}{4}$ ; в)  $z^2 = 32$ ; г)  $|z| = \sqrt{4}$ ; д)  $\arg z = -\frac{\pi}{4}$ ; е)  $z^2 = 32i$ .

Ключ ответов для теста:

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Вариант ответа	в, е, и	а	Б	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	г	А Б В Г 5 4 2 3	г	г, д	в	б, г



## 1. Перечень практических работ и вариантов заданий.

№ раздела дисциплины	Наименование практической работы	Цель работы	Формы текущего контроля
1	2	3	4
Раздел 1.			
Тема 1.1.	Практическая работа № 1. Действия над матрицами.	научиться производить соответствующие действия над матрицами.	Оценка выполнения практического задания. за
	Практическая работа № 2. Вычисление обратных матриц 2-го и 3-го порядков	научиться находить обратные матрицы	Оценка выполнения практического задания. за
	Практическая работа № 3. Вычисление определителей	научиться вычислять определители 2,3 и 4 порядков.	Оценка выполнения практического задания. за
Тема 1.2.	Практическая работа № 4. Решение систем линейных уравнений методом обратной матрицы, задач практического содержания.	научиться решать системы линейных уравнений методом обратной матрицы	Оценка выполнения практического задания. за
	Практическая работа № 5. Решение систем линейных уравнений по формулам Крамера.	разобрать метод Крамера для решения системы линейных уравнений	Оценка выполнения практического задания. за
	Практическая работа № 6. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса, задач практического содержания	разобрать метод Гаусса для решения системы линейных уравнений	Оценка выполнения практического задания. за
Раздел 2.			
Тема 2.1.	Практическая работа № 7. Действия над векторами	научиться осуществлять действия над векторами.	
	Практическая работа № 8. Решение задач с помощью векторов	отработать навык решения задач с помощью векторов.	Оценка выполнения практического задания. за

Тема 2.2	Практическая работа №9. Составление уравнений	1. Познакомиться с понятие нормального и	Оценка за выполнение практического задания.
	прямых	направляющего вектора. 2. Научиться составлять уравнения прямых.	
	Практическая работа № 10. Решение задач практического содержания	1. Научиться применять теоретические знания составления уравнения прямой при решении различных задач.	Оценка за выполнение практического задания.
Тема 2.3.	Практическая работа № 11-12. Составление уравнения окружности, построение окружностей. Составление уравнений эллипса, построение эллипса, исследование уравнений эллипса	1. Вспомнить уравнение окружности; 2. Познакомиться с уравнением эллипса, его составляющими, построением эллипса	Оценка за выполнение практического задания.
Раздел 3			
Тема 3.1	Практическая работа № 13. Изучение различных числовых последовательностей	рассмотреть способы задания последовательности. научиться определять вид последовательности. 3. по свойствам последовательности научиться решать примеры.	Оценка за выполнение практического задания.
	Практическая работа № 14. Вычисление пределов. Раскрытие неопределённостей	1. Научиться нахождению пределов функций в точке различными методами.	Оценка за выполнение практического задания.
	Практическая работа № 15. Вычисление пределов с помощью замечательных	1. Познакомиться с замечательными пределами. 2. Научиться применить замечательные пределы при вычислении пределов функций.	Оценка за выполнение практического задания.
Тема 3.2	Практическая работа №	1. Развивать и	Оценка за

	16. Исследование функции на непрерывность, построение графиков	совершенствовать умение определять непрерывность функции, находить точки разрыва функции, закрепить навык вычисления пределов	выполнение практического задания.
.	Практическая работа № 17. Вычисление односторонних пределов, классификация точек разрыва	1. Научиться находить односторонние пределы, вспомнить классификацию точек разрыва. 2. Научиться исследовать функцию на непрерывность.	Оценка выполнения практического задания.
Тема 3.3	Практическая работа № 18. Нахождение производных по правилам дифференцирования, дифференцирование параметрических задачных функций	1. Отработать нахождение производных элементарных функций. 2. Вспомнить основные правила и формулы нахождения производных, научиться находить производные функции в точке 3. Научиться нахождению производных сложных функций.	Оценка выполнения практического задания.
	Практическая работа № 19. Нахождение производных сложных функций, дифференцирование неявно заданных функций, логарифмическое дифференцирование	научиться нахождению производных сложных функций.	Оценка выполнения практического задания.
	Практическая работа № 20. Производные и дифференциалы высших порядков.	1. отработать навык вычисления производных и дифференциалов высших порядков.	Оценка выполнения практического задания.
	Раскрытие различных неопределенностей с помощью правила Лопиталья	2. Научиться раскрытию различных неопределенностей с помощью правила Лопиталья.	

	Практическая работа № 21. Исследование функций на экстремум и монотонность	научиться исследовать функции по первой производной.	Оценка выполнения практического задания.	за
	Практическая работа № 22. нахождение точек разрыва функций. нахождение асимптот. Исследование функции на перегиб	1.Научиться исследовать функции с помощью второй производной, 2.Отработать нахождение точек разрыва функции. 3.Научиться находить асимптоты функции	Оценка выполнения практического задания.	за
	Практическая работа № 23. Полное исследование функций. Построение графиков	научиться исследовать функции с помощью производных и строить их графики.	Оценка выполнения практического задания.	за
Тема 3.4	Практическая работа № 24. Нахождение неопределенных интегралов непосредственным интегрированием и способом замены переменной	научиться находить неопределенный интеграл различными способами.	Оценка выполнения практического задания.	за
	Практическая работа № 25. нахождение неопределенных интегралов методом «по частям», интегрирование некоторых	научиться вычислять неопределенные интегралы методом: интегрирование по частям.	Оценка выполнения практического задания.	за
	тригонометрических функций.			
	Практическая работа № 26. Интегрирование некоторых видов рациональных и иррациональных дробей	научиться интегрировать рациональные и иррациональные дроби.	Оценка выполнения практического задания.	за

	Практическая работа № 27. Определенный интеграл, формула Ньютона-Лейбница, замена переменной в определенном интеграле, методом «по частям»	научиться находить определенный интеграл различными методами.	Оценка выполнения практического задания.	за
	Практическая работа № 28. Вычисление площадей плоских фигур	научиться вычислять площадь плоских фигур, с помощью определенного интеграла.	Оценка выполнения практического задания.	за
Тема 3.5	Практическая работа № 29. Приложение определенного интеграла: вычисление пути, работа переменной силы, площадь плоской кривой, длина дуги и др.	научиться применять определенный интеграл при решении физических задач.	Оценка выполнения практического задания.	за
	Практическая работа № 30. Приближенное вычисление определенного интеграла.	научиться применять приближенные методы для вычисления определенных интегралов.	Оценка выполнения практического задания.	за
Тема 3.6	Практическая работа № 31. Числовые ряды. Исследование числовых рядов на сходимость	научиться исследовать числовые ряды на сходимость.	Оценка выполнения практического задания.	за
	Практическая работа № 32. Функциональные ряды. Нахождение интеграла сходимости функционального ряда	1.научиться исследовать функциональные ряды на сходимость. 2. научиться определять интервал сходимости функционального ряда.	Оценка выполнения практического задания.	за

	Практическая работа № 33. Разложение функции в ряда Тейлора и Маклорена, выполнение приближенных вычислений	научиться раскладывать функции в ряды Тейлора и Маклорена.	Оценка выполнения практического задания.	за
Тема 3.7	Практическая работа № 34. Решение дифференциальных уравнений 1 порядка	Научиться решать обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка с разделенными переменными, разделяющимися переменными и линейные уравнения.	Оценка выполнения практического задания.	за
	Практическая работа № 35. решение дифференциальных уравнение высших порядков, допускающих понижение степени	Научиться решать простейшие и линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами	Оценка выполнения практического задания.	за
Раздел 3				
Тема 4.1	Практическая работа № 36. Представление комплексных чисел в разных формах. Действия с комплексными числами	1. Научиться представлять комплексные числа в различных формах. 2. Выполнить арифметические действия с комплексными числами, используя их различные формы.	Оценка выполнения практического задания.	за
	Практическая работа № 37. Переход от одной формы комплексного числа в другую. решение уравнений	Научиться осуществлять переход от одной формы записи комплексного числа в другую	Оценка выполнения практического задания.	за

### Варианты заданий

#### Практическая работа № 1.

**Тема: Действия над матрицами.**

**Задания для самостоятельного решения.**

1. Даны матрицы  $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$  и  $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ . Найти:

- a)  $3A+4B$ , b)  $3A-6B$ , c)  $A-B$ , d)  $B-A$ , e)  $A*B$

2. Даны матрицы  $A = \begin{pmatrix} 3 & -5 & 7 \\ 2 & -1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$  и  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Найти:

a)  $2A+5B$ , b)  $3A-2B$ , c)  $A-B$ , d)  $B-A$ , e)  $B*A$

**Вопросы для самоконтроля:**

1. Что называется матрицей второго порядка?
2. Что называется матрицей третьего порядка?
3. Перечислить операции над матрицами.

4. Установить, верно ли что,  $A \cdot B = B \cdot A$  для матриц  $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$  и  $B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}$  и 3-го порядков..

**Практическая работа № 2.**

**Тема: Вычисление обратных матриц 2-го**

**Задания для самостоятельного решения:**

Найти обратные матрицы для матриц:

a)  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ ; b)  $B = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & -5 & -1 \end{pmatrix}$ ; c)  $C = \begin{pmatrix} 0 & 7 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ .

d)  $B = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & -5 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 7 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

**Вопросы для самоконтроля:**

1. Дать понятие обратной матрицы для матрицы  $A$ .
2. Объяснить, когда матрица имеют обратную матрицу.
3. Сформулировать алгоритм нахождения обратной матрицы.

**Практическая работа № 3.**

**Тема: Вычисление определителей.**

**Задания для**

**самостоятельного решения.**

1. Даны матрицы  $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$  и  $B = \begin{pmatrix} a+b & b \\ 2a & a-b \end{pmatrix}$ . Найти:

a)  $\det(A)$ , b)  $\det(B)$ .

2. Даны матрицы  $A = \begin{pmatrix} 3 & -5 & 7 \\ 2 & -1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$  и  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Найти:

a)  $\det(A)$ , b)  $\det(B)$ .

3. Дана матрица  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 6 & 1 \end{pmatrix}$ . Найти:  $\det(A)$

3. Дана матрица  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 6 & 1 \end{pmatrix}$ . Найти:  $\det(A)$

**Вопросы для самоконтроля:**

1. Дать понятие определителя 2 порядка.
2. Сформулируйте правило вычисления определителя второго порядка.
3. Дать понятие определителя 3 порядка
4. Проиллюстрировать правило Сарусса.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 4 \\ 5 & & & & \\ 1 & 2 & 3 & 3 & 6 \end{vmatrix} = 0 \text{ и } \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 9 \end{vmatrix} = 65 \quad 60 ?$$

5. Объяснить, верно ли, что

6. Сформулировать теорему о разложении определителя по элементам строки или столбца

#### Практическая работа №4.

#### Решение систем линейных уравнений методом обратной матрицы, задач практического содержания.

#### Задания для самостоятельного решения:

1. Решить:

a) 
$$\begin{cases} 3x_1 - 4x_2 = -6 \\ 3x_1 + 4x_2 = 18 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} 3x_1 - 5x_2 = 13 \\ 2x_1 + 7x_2 = 81 \end{cases}$$

c) 
$$\begin{cases} 5x_1 + 8x_2 + x_3 = 2 \\ 3x_1 - 2x_2 + 6x_3 = -7 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = -5 \end{cases}$$

2. Решить задачу:

В цехе предприятия изготавливают две модели женской одежды. На изготовление первой модели тратят 2 м ткани, на изготовление второй- 3 м. при этом расходы рабочего времени на производство этих моделей составляют соответственно 4 и 5 часов. Известно, что недельный запас ткани- 100 м, а рабочее время ограничено 190 ч. Составить такой план недельного изготовления этих моделей одежды, при которой полностью используют ресурсы (ткань и время).

#### Вопросы для самоконтроля:

1. Дать понятие обратной матрицы.
2. Сформулировать порядок нахождения обратной матрицы
3. Сформулировать алгоритм решения систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы.
4. Перечислить практического применение матриц.

#### Практическая работа №5.

#### Тема: Решение систем линейных уравнений по формулам Крамера.

#### Задания для самостоятельного решения.

1 Методом Крамера решить следующие системы уравнений:

$$\begin{cases} 4x + 5y = 17 \\ 3x + 5y = 7 \end{cases} \quad \begin{cases} 5x + 3y = 16 \\ 2x + 4y = 22 \end{cases}$$

2. Методом Крамера решить следующие системы уравнений:

$$\begin{cases} 2y + 4z = 31 \\ 5x + y + 4z = 29 \\ 3x + y + z = 10 \end{cases} \quad \begin{cases} x + 2y - z = 7 \\ 2x - y + z = 2 \\ 3x - 5y + 2z = -7 \end{cases}$$

#### Вопросы для самоконтроля:

1. Проанализировать формулы Крамера?
2. Объяснить в каком случае формулы Крамера для решения системы трех линейных уравнений с тремя неизвестными неприменимы?
4. Объяснить, когда система двух линейных уравнений с двумя неизвестными имеет единственное решение.

5. Объяснить может ли система двух линейных уравнений с двумя неизвестными иметь только два решения.
6. В чем заключается геометрическая иллюстрация решения системы двух линейных уравнений с двумя неизвестными.
7. Объяснить, когда система двух линейных уравнений с двумя неизвестными: а) имеет бесконечное множество решений; б) не имеет решений.
8. Объяснить, в чем заключается геометрическая иллюстрация решения системы трех линейных уравнений с тремя неизвестными?
9. Приведите пример какой-либо системы трех линейных уравнений с тремя неизвестными, которая: а) имеет единственное решение; б) имеет бесконечное множество решений; в) не имеет решений.

### Практическая работа №6.

**Тема: Решение систем линейных уравнений методом Гаусса, задач практического содержания.**

#### Задания для самостоятельного решения.

Методом Гаусса решить следующие системы уравнений:

$$\begin{array}{l}
 4x + 17y + 5z = 16 \\
 3x + 5y + 7z = 7 \\
 2x + 4y = 22
 \end{array}
 \quad ; \quad
 \begin{array}{l}
 a) \\
 b)
 \end{array}
 \quad
 \begin{cases}
 - = \\
 + =
 \end{cases}$$

Методом Гаусса решить следующие системы уравнений:

$$\begin{array}{l}
 x + 2y + 4z = 31 \\
 5x + y + 2z = 29 \\
 3x + y + z = 10
 \end{array}
 \quad ; \quad
 \begin{cases}
 x + 2y - z = 7 \\
 2x - y + z = 2 \\
 3x - 5y + 2z = -7
 \end{cases}$$

#### Вопросы для самоконтроля:

1. Сформулировать метод Гаусса.
2. Объяснить когда система двух линейных уравнений с двумя неизвестными имеет единственное решение.
3. Объяснить, может ли система двух линейных уравнений с двумя неизвестными иметь только два решения.
4. Сформулировать геометрическую иллюстрацию решения системы двух линейных уравнений с двумя неизвестными?
5. Обосновать ,когда система двух линейных уравнений с двумя неизвестными: а) имеет бесконечное множество решений; б) не имеет решений?
6. Сформулировать, в чем заключается геометрическая иллюстрация решения системы трех линейных уравнений с тремя неизвестными.
7. Приведите пример какой-либо системы трех линейных уравнений с тремя неизвестными, которая: а) имеет единственное решение; б) имеет бесконечное множество решений; в) не имеет решений.

### Практическая работа №7.

**Тема: Действия над векторами.**

#### Задания для самостоятельного решения.

1. Докажите, что средняя линия треугольника параллельна его третьей стороне и равна половине этой стороны.
2. Коллинеарны ли следующие вектора:
  - А)  $a(3;6;8)$  и  $b(6;12;16)$
  - Б)  $c(1;-1;3)$  и  $b(2;3;15)$
  - В)  $i(1;0;0)$  и  $k(0;1;0)$
  - Г)  $m(0;0;0)$  и  $n(5;7;-3)$
  - Д)  $p(3;-1;5)$  и  $q(-1;-3;-15)$

- Доказать, что сумма квадратов диагоналей параллелограмма равна сумме квадратов всех его сторон.
- Даны вектора  $a(1;4)$  и  $b(-3;2)$ . Найти такое число  $\lambda$ , при котором вектор  $a + \lambda b$  перпендикулярен вектору  $b$ .

**Вопросы для самоконтроля:**

- Что такое вектор, как он обозначается. Изобразите его графически.
- Какие вектора являются параллельными.
- Какие вектора являются перпендикулярными.
- Какие вектора называются коллинеарными.
- Изобразите графически проекции вектора на оси.

**Практическая работа №8.**

**Тема: Решение задач с помощью векторов.**

**Задания для самостоятельного решения:**

Решить следующие задачи:

№1 Дан треугольник с вершинами  $A(7; 7)$ ,  $B(4; 3)$ ,  $C(3; 4)$ . Найти его периметр.

№2 На оси абсцисс найти, точку которая находится на расстоянии 5 единиц от точки  $M(1; 3)$ .

№3 Найти длину медианы  $AM$  треугольника с вершинами  $A(7; -4)$ ,  $B(-1; 8)$ ,  $C(-12; -1)$ .

№4 Найти углы треугольника с вершинами  $A(6; 7)$ ,  $B(3; 3)$ ,  $C(1; -5)$ .

**Вопросы для самоконтроля:**

- Что такое вектор, как он обозначается.
- Записать все опорные формулы, которые позволяют решать геометрические задачи с помощью векторов..

**Практическая работа №9.**

**Тема: Составление уравнений прямых.**

**Задания для самостоятельного решения:**

№1 Составить уравнение прямой, проходящей через очку  $C(-3; 5)$  и имеющей нормальный вектор  $n = (-3; 2)$ .

№2 Составить уравнение прямых, заданных двумя точками  $A(1; 3)$ ,  $B(4; 1)$ .

№3 Составить уравнение прямых, заданных двумя точками  $C(-1; 5)$ ,  $D(3; -7)$ .

№4 Составит уравнение прямой, проходящей через точку  $A(3; -2)$  и имеющей направляющий вектор  $n = (-5; 3)$ .

**Вопросы для самоконтроля:**

- Дать понятие вектора, как он обозначается. Изобразите его графически.
- Сформулировать какие вектора являются параллельными.
- Сформулировать какие вектора являются перпендикулярными.
- Сформулировать какие вектора называются коллинеарными.
- Сформулировать алгоритм по составлению уравнений прямых, проходящих через точку и нормальный вектор.
- Сформулировать алгоритм по составлению уравнений прямых, проходящих через точку и направляющий вектор.
- Сформулировать алгоритм по составлению уравнений прямых, проходящих через две точки.

**Практическая работа №10.**

**Тема: Решение задач практического содержания.**

**Задания для самостоятельного решения:**

**Задача:** Дан треугольник с вершинами  $A(x_1; y_1)$ ,  $B(x_2; y_2)$ ,  $C(x_3; y_3)$ . Составьте уравнение стороны  $AB$  треугольника, медианы  $AK$ , высоты  $VD$ , расстояния от вершины  $C$  до стороны  $AB$ , вычислите угол  $A$ .

Вариант - 1	Вариант - 2	Вариант - 3	Вариант - 4	Вариант - 5
-------------	-------------	-------------	-------------	-------------

A(-5;-5), B(1;7), C(5;-1).	A(-4;-3), B(-3;4), C(2;1).	A(-6;-2), B(6;7), C(9;3).	A(6;7), B(9;3), C(1;-3).	A(0;-2), B(0;2), C(2;4).
----------------------------------	----------------------------------	------------------------------	--------------------------------	-----------------------------

**Вопросы для самоконтроля:**

1. Записать общее уравнение прямой.
2. Записать уравнение прямой в отрезках.
3. Записать уравнение прямой с условным коэффициентом.
4. Записать уравнение прямой, проходящей через две точки.
5. Сформулировать угол между прямыми.
6. Сформулировать условие параллельности прямых.
7. Сформулировать условие перпендикулярности прямых.

**Практическая работа №11-12.**

**Тема: Составление уравнений окружности, построение окружностей. Составление уравнений эллипса, построение эллипса, исследование уравнения эллипса.**

**Задания для самостоятельного решения:**

№1 Постройте окружность :  $x^2+y^2-10x-6y-2=0$

№2 Составить каноничное уравнение эллипса, у которого малая ось  $2b=6$ , а расстояние между фокусами  $|F_1F_2|=8$ . Постройте эллипс

№3 Составить уравнение эллипса, координаты фокусов которого  $(-7; 0)$  и  $(7; 0)$ , а эксцентриситет

.

№4 Составить уравнение эллипса, проходящего через точки  $A( \quad )$  и  $B( \quad )$ , если его фокусы лежат на оси абсцисс.

№5 Найдите координаты фокусов, длина осей и эксцентриситет эллипса, заданного уравнением  $16x^2+25y^2=400$ . Построит эллипс.

№6 Составить уравнение эллипса, фокусы которого имеют координаты  $( \quad )$  и  $(- \quad )$ , а

большая ось равна 4.

№7 Найдите координаты фокусов, длины осей и эксцентриситет эллипса, заданного уравнением  $2x^2+y^2=32$ .

**Вопросы для самоконтроля:**

1. Записать каноническое уравнение окружности.
2. Перечислить кривые второго порядка.
3. Дать понятие эллипса.
4. Сформулировать основные составляющие эллипса.
5. Записать каноническое уравнение эллипса.
6. Сформулировать понятие эксцентриситета эллипса.

**Практическая работа №13**

**Тема: Изучение различных числовых последовательностей.**

**Задания для самостоятельного решения.**

№1 Докажите, что

1)

\_\_\_\_\_

2)

\_\_\_\_\_

№2 Установите, какие из последовательностей сходящиеся, а какие расходящиеся:

1)

\_\_\_\_\_

2)

\_\_\_\_\_

№3 Найдите пределы:

1)

\_\_\_\_\_

2)

\_\_\_\_\_

№4 Выясните существование предела у следующих последовательностей:

1)

—

2)

\_\_\_\_\_

**Вопросы для самоконтроля:**

1. Какая последовательность называется числовой последовательностью?
2. Каким может быть характер изменения переменной величины?
3. Какому условию должна удовлетворять ограниченная переменная величина? Приведите примеры ограниченных переменных величин.
4. Дайте определение бесконечно малой переменной. Приведите примеры бесконечно малых величин.
5. Какую переменную называют бесконечно большой?
6. Какая связь существует между бесконечно малой и бесконечно большой величинами?
7. Сформулируйте определение предела переменной величины.
8. Перечислите основные свойства бесконечно малых.
9. Перечислите теоремы о пределах переменных и следствия из них.

#### **Практическая работа №14**

**Тема: Вычисление пределов. Раскрытие неопределенностей.**

**Задания для самостоятельного решения.**

Вычислить:

$$1) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} - 1}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4}{3x^2 + 2x}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 + x}{x}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow -\frac{3}{2}} \frac{4x^2 - 9}{2x + 3}$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1}$$

$$6) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^3 - 7x + 10}{x^2 - 9x + 20}$$

$$7) \lim_{x \rightarrow -\frac{2}{3}} \frac{3x^2 + 5x + 2}{3x^2 + 8x + 4}$$

$$8) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x}$$

$$9) \lim_{x \rightarrow \infty} (x^3 + 3x^2)$$

$$10) \lim_{x \rightarrow -1} \left( \frac{3}{x^3 + 1} - \frac{1}{x + 1} \right)$$

$$11) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( 5 + \frac{2}{x} - \frac{3}{x^3} \right)$$

$$12) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 8}{2x - 2}$$

$$13) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 3x^2 + 1}{x^3 + 4x^2 + 2x}$$

$$14) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - x} - x)$$

**Вопросы для самоконтроля:**

1. Дать понятие предела функции  $y=f(x)$  при  $x \rightarrow a$ .
2. Привести пример функции  $y=f(x)$ , имеющей предел при  $x \rightarrow a$ ; не имеющей предела при  $x \rightarrow a$ .
3. Дать понятие предел функции  $y=f(x)$  при  $x \rightarrow \infty$ .
4. Дать понятие бесконечно большой величиной и бесконечно малой.

5. Привести примеры функций, являющихся бесконечно большими величинами при разных предельных значениях аргумента.
6. Привести примеры функций, являющихся бесконечно малыми величинами при разных предельных значениях аргумента.
7. Объяснить, когда применим метод подстановки.

### Тема 3.1. Теория пределов.

#### Практическая работа №15

**Тема: Вычисление пределов с помощью замечательных.**

**Задания для самостоятельного решения.**

Найти пределы функций:

$\sin x$

1.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{3x}$

$\sin 5x$

2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{5x}$

$\operatorname{tg} 3x$

3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{3x}$

4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 5x}$

5.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^x$

6.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{5x}\right)^x$

7.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1+x}{x}\right)^{\frac{x}{2}}$

8.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + 4x)^{\frac{3}{5x}}$

9.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{3x}$

10.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{3x}\right)^x$

11.  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2x)^{\frac{1}{2x}}$

**Вопросы для самоконтроля:**

1. Воспроизвести первый замечательный предел.
2. Воспроизвести второй замечательный предел.

### Практическая работа №16.

**Тема: Исследование функций на непрерывность, построение графиков.**

**Задания для самостоятельного решения.**

№1 Исследуйте на непрерывность следующие функции:

- 1)  $f(x) = 2x + 1$  в точках  $x = 1$ ,  $x = -1$ ;

- 2)  $f(x) =$  в точках  $x=0, x=-1$  и  $x=1$ ;  
 3)  $f(x) =$  в точках  $x=-1, x=0$  и  $x=2$ ;

**Вопросы для самоконтроля:**

1. Дать понятие непрерывности функции в точке.
2. Дать непрерывность функции на промежутке.
3. Перечислить типы точек  
Привести примеры.

разрыва функции.

**Практическая работа №17.**

**Тема: Вычисление классификации точек**

$$f(x) = \frac{\sin x}{x}$$

**односторонних пределов, разрыва. самостоятельного**

**Задания для решения:**

1. Показать, что функция разрыв в точке  $x = 0$ .
2. Найти точки разрыва функции существуют.
3. Найти точки разрыва функции существуют.
4. Найти точки разрыва функции существуют.

$$f(x) = \begin{cases} 1-x^2, & x < 0 \\ x+2, & x \geq 0 \end{cases}$$

имеет устранимый

$$f(x) = \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$$

, если они

$$f(x) = \frac{|2x+5|}{2x+5}$$

, если они

, если таковые

**Вопросы для самоконтроля:**

1. Дать понятие точек разрыва
2. Дать понятие предела функции
3. Сформулировать правила нахождения пределов
4. Дать понятие односторонних пределов

**Практическая работа №18.**

**Тема: Нахождение производных по правилам дифференцирования, дифференцирование параметрических заданных функций.**

**Задания для самостоятельного решения.**

Продифференцировать следующие функции:

$$1. y = 3x \cdot x^{-1} \varphi 2x^{\frac{2}{3}} - \frac{6}{x}$$

$$2. y = 2\sqrt{x} + \frac{3}{2\sqrt[3]{x^2}} - \frac{2}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x} + 1$$

$$3. y = \frac{x}{3} - \frac{7}{2x^2} - x\sqrt{x}$$

$$4. y = 2 \sin x + 3 \cos x - 4 \operatorname{tg} x$$

$$1. f(x) = \cos 3x$$

Найти 2.  $f(x) = x^8 - 5x^4$   
 функций:

производные третьего порядка у следующих

Найти производную четвертого порядка у следующих функций:

1.  $f(x) \ln x =$   
 2.  $f(x)^{kx}$

Найти производные функций:

1.  $y = (6x^3 - 4)^5$
2.  $y = \ln(\operatorname{tg}(3x^2 - e^x))$
3.  $y = \arccos(2x^3 + 3\cos x - \ln 5)$

Чему равно выражение  $(y^2 + 2(y'))^2$

$$\begin{cases} x = e^{-t} \\ y = t^3 \end{cases}$$

Для функции найти  $y''$ .  $4y^2/2y'$ , если  $y = 2\cos(3x)$

Найти производную первого и второго порядка функции, заданной

$$\begin{cases} x = a \cos^3 t \\ y = b \sin^3 t \end{cases}$$

параметрически:

**Вопросы для самоконтроля:**

1. Дать понятие производной первого, второго и n-го порядка.
2. Сформулировать физический смысл 1 и 2 производной.
3. Сформулировать геометрический смысл производной функции.
4. Сформулировать алгоритм нахождения производной сложной функции
5. Сформулировать, что означает, что функция задана параметрически.
6. Сформулировать процесс нахождения производной параметрически заданной функции.

### Практическая работа №19.

**Тема: Нахождение производных сложных функций, Дифференцирование неявно заданных функций, логарифмическое дифференцирование**

**Задания для самостоятельного решения.**

Найти производные функций:

- $y = (6x^3 - 4)^5$
- $y = \ln(\operatorname{tg}(3x^2 - e^x))$
- $y = \arccos(2x^3 + 3\cos x - \ln 5)$
- $y = \frac{3x^2 - 5x}{\log_2(\sin 3x)}$

Продифференцировать функции:

1.  $y = (x^2 - 6x - 4)^6 +$
2.  $y = \ln(\sin x \cos x) -$

$= + (y^2 + 2y')^2$ , если  $y = 2\cos(3x)$  Чему равно  $3x^2y^2 - 5x + \sin y = 3y - 1$

Найти производную от функции, заданной неявно  $3x^4y^5 + e^{7x-4y} = 4x^5 + 2y^4$  выражение и  $(y^2 + 2(y'))^2$

Найти производную от функции, заданной неявно

Применить логарифмическое дифференцирование:  $y=x^{\ln x}, x>0$ .

$$y = (x-1)^2 (x-3)^5$$

Найти производную функции, заданной уравнением  $y^2=2px$ , где  $p$  – параметр  
Продифференцировать функцию  $y(x)$ , заданную уравнением  $y=\cos(x+y)$ .

### Вопросы для самоконтроля:

1. Продолжить предложение сложная функция – это...
2. Привести пример сложной функции, указать промежуточную переменную и внешнюю функцию.
3. Сформулировать алгоритм нахождения производной функции производных

### Практическая работа №20.

**Тема: Производные и дифференциалы высших порядков. Раскрытие различных неопределенностей с помощью правила Лопиталья.**

**Задания для самостоятельного решения.**

Найти  $= 4^x$  производные второго порядка у следующих функций:

1.  $f(x)$
2.  $f(x) = \arccos \frac{x}{3}$

Найти дифференциалы третьего порядка у следующих функций:

1.  $f(x) = 2x^5 - 5x^4$
2.  $f(x) = \cos 3x$

Найти  $=$  производную четвертого порядка у следующих функций:

3.  $f(x) = \ln x$
4.  $f(x) = x^{kx}$

Вычислить  $= e$  предел отношения двух функций, пользуясь правилом Лопиталья:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\sin 2x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^3 + 12x^2}{7x^3 + x^2}$$

### Вопросы для самоконтроля:

1. Дать понятие производной второго порядка.
2. Дать понятие производной n-го порядка
3. Сформулировать физический смысл 1 и 2 производной.
4. Сформулировать правило Лопиталья

### Практическая работа №21

**Тема: Исследование функций на экстремум и монотонность.**

**Задания для самостоятельного решения**

Исследовать функции с помощью первой производной

- $y = x^2 - x - 6$
- $y = x^3 + 3x^2 + 9x - 6$
- $y = 2^x * x^2$
- $y = 5^x + 5^{-x}$

**Вопросы для самоконтроля:**

1. Перечислить свойства функции, на которые можно исследовать функцию с помощью первой производной.
2. Дать понятие критических точек.
3. Дать понятие монотонности функции.
4. Дать понятие экстремума функции.
5. Сформулировать алгоритм исследования функции с помощью первой производной.

**Практическая работа №22**

**Нахождение точек разрыва функций. Нахождение асимптот. Исследование функций на перегиб.**

**Задания для самостоятельного решения** Исследовать функции на выпуклость, вогнутость и точки перегиба:

$$y = x^4 - 6x^2 + 5$$

$$y = x^2 + 3x$$

$$y = 2x^5 - x^4 + 7x$$

**Вопросы для самоконтроля:**

1. Какие точки графика называются точками перегиба?
2. Как исследуется функция на точки перегиба с помощью второй производной?
3. Сформулируйте правила исследования функции на точки перегиба.
4. Что необходимо знать для построения графика функции?

**Практическая работа №23**

**Полное исследование функций. Построение графиков.**

**Задания для самостоятельного решения**

Исследуйте следующие функции и постройте их графики:

1.  $y = \frac{e^x}{x}$
2.  $y = \frac{x}{x^2 - 4}$
3.  $y = x^3 - x$

**Вопросы для самоконтроля:**

1. Перечислить свойства функции, на которые можно исследовать функцию с помощью первой производной.
2. Дать понятие критических точек.
3. Дать понятие монотонности функции.
4. Дать понятие экстремума функции.
5. Сформулировать алгоритм исследования функции с помощью первой производной.
6. Перечислить свойства функции, на которые можно исследовать функцию с помощью второй производной.
7. Дать понятие промежутков выпуклости, вогнутости.
8. Дать понятие точек перегиба.

9. Сформулировать алгоритм исследования функции с помощью второй производной
10. Проанализировать схему, которой рекомендуется пользоваться при построении графика функции.

**Практическая работа №24.**

**Тема: Нахождение неопределенных интегралов непосредственным интегрированием и способом замены переменной.**

**Задания для самостоятельного решения**

Найти: а)  $\int \left( x^{\frac{4}{5}} - \frac{2}{5} \sqrt[3]{x^2} + \sqrt[4]{3} \right) dx$ ; б)  $\int x^2(1+2x)dx$ ; в)  $\int (e^x + 4 \cos x + 3^{2x} \cdot 5^x) dx$

Найти: а)  $\int 5^{\sin x} \cdot \cos x dx$ ; б)  $\int (4x^3 + 5)x^2 dx$ ; в)  $\int \cos(3x - 2) dx$ .

Найти: а)  $\int (2x - 5)e^{3x} dx$ ; б)  $\int (6x + 1) \cos x dx$ .

**Вопросы для самоконтроля:**

1. Объяснить может ли функция иметь единственную первообразную на некотором промежутке?
2. Проанализировать верно ли утверждение: а) графики любых двух первообразных можно получить друг из друга параллельным переносом вдоль оси ОХ; б) графики любых двух первообразных можно получить друг из друга параллельным переносом вдоль оси ОУ; в) графики первообразных могут пересекаться; г) графики первообразных никогда не пересекаются?
3. Дать понятие первообразной функции.
4. Дать понятие неопределенного интеграла.
5. Проиллюстрировать основные свойства неопределенного интеграла.
6. Сформулировать в чем состоят методы интегрирования по частям и замены переменной в неопределенном интеграле? Привести примеры.

**Практическая работа №25.**

**Тема: Нахождение неопределенных интегралов методом «по частям», интегрирование некоторых тригонометрических функций.**

**Задания для самостоятельного решения**

Найти:  $\int (2x5)e^{3x} dx$ ;  $\int -$

$\int (6x - 1) \cos x dx$ ;  $\int +$

$\int (7x - 4) \sin x dx$ ;  $\int \arccos x dx$ ;  $\int \ln x dx$

$\int (x^3 - 2x - 1) \ln x dx$ ;  $\int +$  . . .

**Вопросы для самоконтроля:**

7. Объяснить может ли функция иметь единственную первообразную на некотором промежутке?
8. Проанализировать верно ли утверждение: а) графики любых двух первообразных можно получить друг из друга параллельным переносом вдоль оси ОХ; б) графики любых двух первообразных можно получить друг из друга параллельным переносом вдоль оси ОУ; в) графики первообразных могут пересекаться; г) графики первообразных никогда не пересекаются?
9. Дать понятие первообразной функции.
10. Дать понятие неопределенного интеграла.
11. Проиллюстрировать основные свойства неопределенного интеграла.
12. Сформулировать в чем состоят методы интегрирования по частям ? Привести примеры.

**Задания для самостоятельного решения**

Найти интеграл:

$$1 \quad \int \frac{4x-3}{x^2-4x+3} dx$$

2

$$3 \quad \int \frac{2x+3}{x^2-5x+6} dx$$

4

$$5 \quad \int \frac{x+5}{x^2+7x+10} dx$$

6

$$\int \frac{x-5}{x^2-2x-3} dx$$

Найти интеграл от функции .

$$I = \int \frac{1}{x^2} \sqrt{\frac{1+x}{x}} dx$$

иррациональной

$$\int \frac{4+3x}{x^2+5x+4} dx$$

Найти интеграл от функции .

$$I = \int \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \frac{dx}{1+x}$$

иррациональной

$$\int \frac{2+5x}{x^2-x-2} dx$$

**Вопросы для самоконтроля:**

1. Сформулировать правило интегрирования рациональных дробей.
2. Перечислить методы разложения на множители.
3. Дать понятие неопределенного интеграла.

### Практическая работа №27.

**Тема: Определенный интеграл, формула Ньютона-Лейбница, замена переменной в определенном интеграле, метод «по частям».**

**Задания для самостоятельного решения**

Найти определенный интеграл у следующих функций

$$1. \quad \int_0^1 x^2 dx$$

$$2. \quad \int_1^4 x dx \sqrt{x}$$

$$3. \quad \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 4x dx$$

$$4. \quad \int_1^6 \frac{dx}{\sqrt{x+3}}$$

$$\int_1^2 dx x^3$$

$$\int_{-1}^1 (3x + x - 1) dx$$

$$\int_{-1}^1 \left( x^3 + \frac{1}{x^3} \right) dx$$

$$\int_{-1}^1 (x + \sin x + x^{10}) dx$$

$$\int_0^1 (7x - 2) e^x dx$$

**Вопросы для самоконтроля:**

4. Дать понятие определенного интеграла.
5. Перечислить способы нахождения определенного интеграла.
6. Сформулировать алгоритм нахождения определенного интеграла методом подстановки.
7. Сформулировать алгоритм нахождения определенного интеграла по частям.

**Практическая работа №28.**

**Вычисление площадей плоских фигур**

**Тема: Вычисление площадей плоских фигур.**

**Задания для самостоятельного решения**

Найти площадь фигур, ограниченных следующими линиями:

- 1)  $y = x^2 - 1, x=0, x=1, y=0,$
- 2)  $y = x^3, x=0, x=1, y=0$
- 3)  $y = (x - 1)^2, x=3, y=0$
- 4)  $y = e^x, y = e^{-x}, x=1$

**Вопросы для самоконтроля:**

1. Дать понятие криволинейной трапеции.
2. Сформулировать алгоритм нахождения площадей плоских фигур.
3. Перечислить случаи расположения фигур, для каждого случая воспроизвести формулы нахождения площадей фигур.

**Практическая работа №29.**

**Тема: Приложения определенного интеграла: вычисление пути, работа переменной силы, длина дуги и др.**

**Задания для самостоятельного решения**

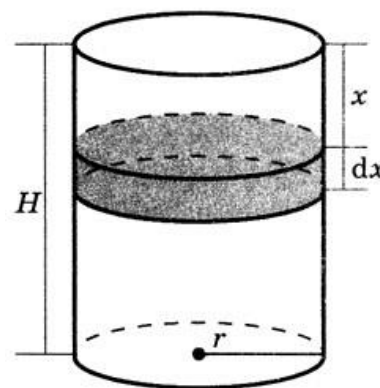
Решить следующие задачи:

**Скорость движения точки  $v = (9t^2 - 8t)$  (м/с). Найти путь  $S$ , пройденный точкой за четвертую секунду.**

**Два тела начали двигаться одновременно из одной точки в одном направлении по прямой. Первое тело движется со скоростью  $v_1 = (6t^2 + 2t)$  (м/с), второе — со скоростью  $v_2 = (4t + 5)$  (м/с). На каком расстоянии  $S$  друг от друга они окажутся через 5 с?**

**Для растяжения пружины на  $l_1 = 0,04$  м необходимо совершить работу  $A_1 = 20$  Дж. На какую длину  $l_2$  можно растянуть пружину, совершив работу, равную 80 Дж?**

Цилиндрическая цистерна с радиусом основания  $r = 0,5$  м и высотой  $H = 2$  м заполнена водой. Плотность воды  $\rho = 1000$  кг/м<sup>3</sup>. Определить работу  $A$ , которую необходимо произвести, чтобы выкачать воду из цистерны.



**Вопросы для самоконтроля:**

1. Сформулировать понятие определенного интеграла от данной функции?
2. Записать формулу вычисления пути с помощью определенного интеграла
3. . Записать формулу вычисления работы с помощью определенного интеграла.

**Практическая работа №30**

**Приближенное вычисление определенного интеграла.**

**Задания для самостоятельного решения**

1. Вычислить приближенными методами интеграл  $\int_0^1 \sin x^2 dx$ . В качестве  $n$  взять 10.
2. Вычислить четырьмя методами интеграл  $\int_1^x \frac{1}{x} dx$  с тремя десятичными знаками. В качестве  $n$  взять 10.
3. Вычислить приближенными методами интеграл  $\int_0^x \sin x dx$  с четырьмя десятичными знаками. В качестве  $n$  взять 5.

**Вопросы для самоконтроля:**

1. Сформулировать понятие первообразной от данной функции? Привести примеры.
2. Объяснить может ли функция иметь единственную первообразную на некотором промежутке?
3. Сформулировать понятие неопределенного интеграла от данной функции?
4. Можно ли сравнивать качество приближений по их абсолютным погрешностям?
5. Сравнить результаты измерений: 0,0025 т или 0,372 м?
6. Объяснить какова граница относительной погрешности приближенного числа, имеющего две значащие цифры? три значащие цифры?
7. Округлить числа 273,521; 0,03984; 1,0053 до двух знаков после запятой.

**Практическая работа №31**

**Тема: Числовые ряды. Исследование числовых рядов на сходимость.**

**Понятие числового ряда.**

**Признаки сходимости числовых рядов**

**Задания для самостоятельного решения**

Исследовать ряд на сходимость

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + n - 1}{4^n}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4 - n^2 + 3}{4^n \cdot (n+1)}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{\sqrt{3n+5}}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{7n+1}{6n+5} \right)^{3n+2}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n+1}{3n+2} \right)^n$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$$

**Вопросы для самоконтроля:**

1. Что называется частичной суммой числового ряда?
2. Что называется суммой ряда?
3. Какой ряд называется сходящимся?
4. Какой ряд называется расходящимся?
5. Сформулируйте необходимое условие сходимости ряда с неотрицательными членами.
6. Сформулируйте достаточные признаки сходимости рядов с неотрицательными членами.
7. Какой ряд называется знакочередующимся ?
8. Сформулируйте признак Лейбница для знакочередующихся рядов? **Практическая работа №32**

**Тема: Функциональные ряды. Нахождение интервала сходимости функционального ряда.**

**Задания для самостоятельного решения**

Исследовать ряд на сходимость

**Практическая работа №33**

**Тема: Разложение функций в ряды Тейлора и Маклорена, выполнение приближенных вычислений.**

**Задания для самостоятельного решения**

Разложить в ряд Маклорена функции:

$$f(x) = \sin^2 x;$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x}};$$

$$\ln \frac{1+x}{1-x}.$$

Используя известные разложения, разложить в ряд Маклорена функции:

$$\text{а) } f(x) = e^{-x}; \quad \text{б) } f(x) = \sin 2x; \quad \text{в) } f(x) = \cos(-3x)$$

**Вопросы для самоконтроля:**

1. Записать формулу Тейлора.
2. Записать ряд Маклорена.

**Практическая работа №34**

**Тема: Решение дифференциальных уравнений 1 порядка**

**Задания для самостоятельного решения**

Решить уравнения:

$$\text{а) } y' = \frac{1+y}{1-x}$$

$$\text{б) } 2y \cdot y' = 1 - 3x^2 \text{ при } x_0 = 1, y_0 = 3;$$

$$\text{с) } (x^2 y^2 - x^2 y) dy - xy^2 dx = 0;$$

$$\text{д) } xy' - y = x^3 \text{ при } x_0 = 1, y_0 = 0,5.$$

**Вопросы для самоконтроля:**

3. Дать понятие дифференциального уравнения.
4. Перечислите известные вам типы дифференциальных уравнений первого порядка? Приведите примеры.
5. Объяснить отличие частного решения от общего.
6. Объяснить может ли ДУ первого порядка содержать: а) вторую производную искомой функции, б) искомую функцию, в) производную искомой функции, г) независимую переменную?
7. Дать понятие линейного ДУ первого порядка.
8. Объяснить метод, которым решаются линейные ДУ первого порядка. **Практическая работа №35**

**Тема: Решение дифференциальных уравнений высших порядков, допускающих понижение степени.**

**Задания для самостоятельного решения**

Найти общие решения уравнений:

$$\text{а) } y'' + 3y' - 4y = 0, \text{ б) } y'' - 2y' - 5y = 0, \text{ с) } y'' - 9y = 0, \text{ д) } 4y'' - 12y' + 9y = 0, \text{ е) } y'' - 4y' + 7y = 0.$$

Найти частные решения уравнений:

$$\text{а) } y'' + 2y' + 5y = 0; y(0) = 1, y'(0) = 3; \quad \text{б) } y'' + 4y' + 4y = 0; y(0) = 8, y'(0) = 7.$$

Решить уравнения:

$$\text{а) } y''' = 4x; \quad \text{б) } y'' = 1 + \frac{1}{x} \text{ если } y = -1, y' = 1 \text{ при } x = 0$$

**Вопросы для самоконтроля:**

1. Дать понятие дифференциального уравнения второго порядка.
2. Перечислите известные вам типы дифференциальных уравнений второго порядка. Приведите примеры.

3. Объяснить может ли ДУ второго порядка содержать: а) вторую производную искомой функции, б) искомую функцию, в) производную искомой функции, г) независимую переменную.

### Практическая работа №36

**Тема: Представление комплексных чисел в разных формах. Действия с комплексными числами.**

**Задания для самостоятельного решения**

1. Даны два комплексных числа  $z_1 = 3 + 2i$  и  $z_2 = 5 + 3i$ . Найти  $z_1 + z_2$ ,  $z_1 - z_2$ ,  $z_1 \cdot z_2$ ,  $\frac{z_1}{z_2}$ .
2.  $z_1 = 5 \left( \cos \frac{\pi}{8} + i \sin \frac{\pi}{8} \right)$ ,  $z_2 = \frac{1}{2} \left( \cos \frac{\pi}{5} + i \sin \frac{\pi}{5} \right)$ .
3. Даны два комплексных числа  $z_1 = 4 \cdot e^{\frac{2i}{5}}$  и  $z_2 = \frac{1}{3} \cdot e^{\frac{i}{2}}$ . Найти  $z_1 + z_2$ ,  $z_1 - z_2$ ,  $z_1 \cdot z_2$ ,  $\frac{z_1}{z_2}$ .
4. Даны два комплексных числа  $z_1 = e^{3-7i}$  и  $z_2 = e^{-4+5i}$ . Найти  $z_1 + z_2$ ,  $z_1 - z_2$ ,  $z_1 \cdot z_2$ ,  $\frac{z_1}{z_2}$ .
5. Даны два комплексных числа  $z_1 = 1 + i$  и  $z_2 = \sqrt{3} + i$ . Найти  $z_1 + z_2$ ,  $z_1 - z_2$ ,  $z_1 \cdot z_2$ ,  $\frac{z_1}{z_2}$ .
6. Даны числа  $z_1 = 1 + i$ ,  $z_2 = \sqrt{3} + i$ ,  $z_3 = 1 + i\sqrt{3}$  алгебраической форме: а)  $z_1 + z_3 - z_2$ , б)  $z_1 / (z_2 \cdot z_3)$ , в)  $(z_2)^6$ .

#### Вопросы для самоконтроля:

1. Перечислить формы комплексного числа, и как они определяются.
2. Продемонстрировать соотношение между вещественными и мнимыми числами.
3. Записать в тригонометрической форме равно число  $1/z$ , если  $z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$ .
4. Продемонстрировать сложение, вычитание, умножение и деление комплексных чисел, записанных в алгебраической форме.
5. Продемонстрировать умножение комплексных чисел, записанных в тригонометрической, показательной форме.
6. Продемонстрировать деление комплексных чисел, записанных в тригонометрической, показательной форме.
7. Проанализировать при каком условии  $n$ -я степень комплексного числа  $z$  является: а) действительным числом; б) чисто мнимым числом?
8. Проиллюстрировать геометрически арифметические действия с комплексными числами.

#### Практическая работа №37

**Тема: Переход от одной формы комплексного числа в другую. Решение уравнений**

**Задания для самостоятельного решения**

1. Представить в тригонометрической и показательной формах комплексное число: а)  $z = -12 + 5i$ , б)  $z = 4 - 3i$ , в)  $z = 1 + \sqrt{3} \cdot i$ , д)  $z = -1 - i$ .
2. Представить в показательной и алгебраической формах комплексное число: а)  $z = 3(\cos(45^\circ) + i \sin(45^\circ))$ , б)  $z = 0,5(\cos 150^\circ + i \sin 150^\circ)$ , в)  $z = 2(\cos(-\pi/3) + i \sin(-\pi/3))$ .

#### Вопросы для самоконтроля:

1. Перечислить формы комплексного числа, и как они определяются.
2. Записать формулы для модуля и аргумента комплексного числа.

### 3. Критерии и шкала оценивания

Оценка	Критерии оценки
Отлично	Работа выполнена полностью, в решении задач и заполнении бланков документов нет ошибок и исправлений. Бухгалтерские документы составлены самостоятельно, оформлены в соответствии с требованиями, аккуратно, разборчиво. Расчеты сделаны верно. Ответы на поставленные вопросы даны правильно, в полном объеме, обоснованно, с использованием терминологии
Хорошо	Работа выполнена полностью, в решении задач допускаются негрубые ошибки или недочеты в расчетах, исправленные самим обучающимся. Документы оформлены в соответствии с требованиями, допускается более 2 исправлений. При ответе на поставленные вопросы допускаются несущественные ошибки в изложении материала. Материал изложен осознанно, самостоятельно, с использованием современных научных терминов, литературным языком.
Удовлетворительно	Работа выполнена не полностью (но не менее 50 %). Расчеты сделаны с негрубыми ошибками. Допущены неточности в оформлении документов, присутствуют исправления. Бухгалтерские документы составлены с помощью преподавателя. При ответе на поставленные вопросы материал изложен в не полном объеме Выдвигаемые положения недостаточно аргументированы и не подтверждены примерами; ответ носит преимущественно описательный характер. Научная терминология используется недостаточно.
Неудовлетворительно	Работа выполнена не полностью (менее 50 %). Расчеты не произведены или произведены с грубыми ошибками. Нарушены требования оформления документов. При ответах на вопросы обнаружено непонимание обучающимся основного содержания теоретического материала или допущен ряд существенных ошибок, которые обучающийся не может исправить при наводящих вопросах преподавателя, затрудняется в ответах на вопросы.